Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Diciembre 2019

Problema 1 *(2 puntos)* Una empresa tiene dos plantas ($P1$ y $P2$) en las que produce bobinas de acero de tres anchuras ($A1$, $A2$, $A3$). La planta $P1$ tiene maquinaria capaz de fabricar cada hora 10 bobinas de anchura $A1$, 10 bobinas de anchura $A2$ y 20 bobinas de anchura $A3$. La planta $P2$ tiene capacidad para fabricar cada hora 10, 50 y 10 bobinas de cada tipo de anchura, respectivamente. El coste de operación por hora es de 70 euros en la planta $P1$ y de 120 euros en la planta $P2$. La empresa tiene que suministrar cada día al menos 180 bobinas de anchura $A1$, al menos 300 bobinas de anchura $A2$ y al menos 240 bobinas de anchura $A3$. ¿cuántas horas diarias deberá trabajar cada planta para atender la demanda si se desea minimizar el coste total de operación?

a) Plantee el problema.

b) Resuélvalo gráficamente.

c) Analice gráficamente qué ocurriría si la demanda de bobinas de anchura Al se redujera a la mitad.

Julio 2019 (Comunidad Navarra)

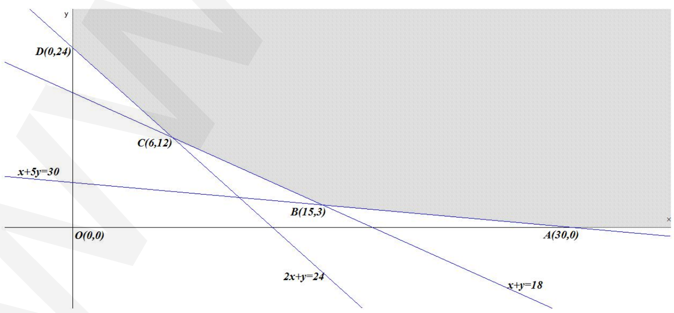
Solución:

LLamamos x : nº de horas de la planta $P1$ e y nº de horas de la planta $P2$.

	$A1$	$A2$	$A3$	Coste
$P1$	10	10	20	70
$P2$	10	50	10	120
	≥ 180	≥ 300	≥ 240	

a) La región factible es:

$$\left\{\begin{array}{l} 10x+10y\geq 180\\ 10x+50y\geq 300\\ 20x+10y\geq 240\\ x\geq 0\\ y\geq 0\end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+y\geq 18\\ x+5y\geq 30\\ 2x+y\geq 24\\ x\geq 0\\ y\geq 0\end{array}\right.$$

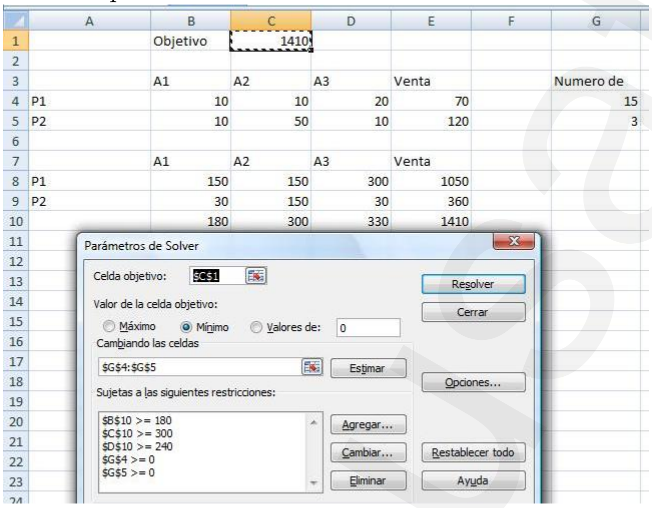


Los vértices son: $A(30,0)$, $B(15,3)$, $C(6,12)$ y $D(0,24)$.

La función objetivo es: $f(x, y) = 70x + 120y$

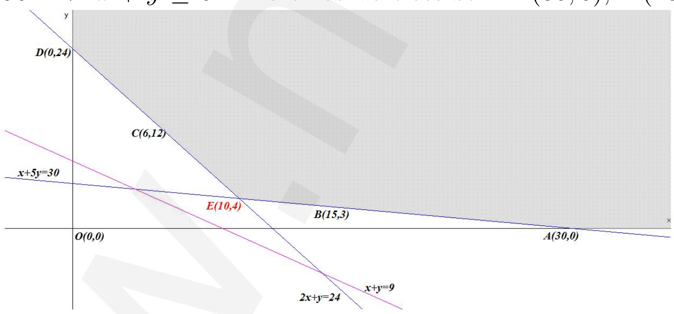
$$\begin{cases} f(30,0) = 2100 \\ f(15,3) = 1410 \ \text{Mínimo} \\ f(6,12) = 1860 \\ f(0,24) = 2880 \end{cases}$$

b) La planta $P1$ tiene que trabajar 15 horas y 3 horas la $P2$, con un coste mínimo de 1410 euros.
Solución por solver:



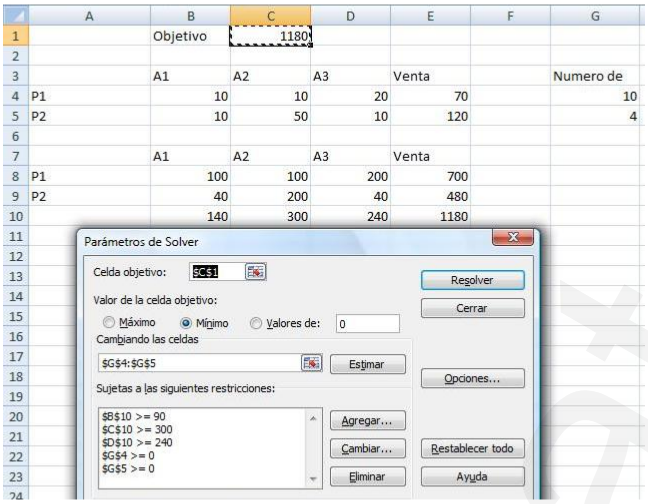
	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	1410				
2							
3		A1	A2	A3	Venta		Numero de
4	P1	10	10	20	70		15
5	P2	10	50	10	120		3
6							
7		A1	A2	A3	Venta		
8	P1	150	150	300	1050		
9	P2	30	150	30	360		
10		180	300	330	1410		

c) La inecuación $10x + 10y \geq 180$ habría que sustituirla por $10x + 10y \geq 90 \Longrightarrow x + y \geq 9$. Ahora los vértices son: $A(30, 0)$, $E(10, 4)$ y $D(0, 24)$.



$$\begin{cases} f(30,0) = 2100 \\ f(10,4) = 1180 \ \text{Mínimo} \\ f(0,24) = 2880 \end{cases}$$

La planta $P1$ tiene que trabajar 10 horas y 4 horas la $P2$, con un coste mínimo de 1180 euros.
Solución por solver:



Problema 2 *(2 puntos)* Un agricultor quiere dedicar al menos 4 hectáreas al cultivo de dos productos ($C1$ y C2). El beneficio neto obtenido por cada hectárea cultivada es de 3000 euros y 1500 euros, respectivamente. Las necesidades por hectárea y temporada de horas de maquinaria y de kilos de abono son 20 horas y 100 kilos para el cultivo $C1$ y 10 horas y 300 kilos para el cultivo $C2$. Determine cuántas hectáreas conviene dedicar a cada cultivo para que el beneficio total sea máximo, si dispone para esta temporada de 180 horas maquinaria y de 2400 kilos de abono.

a) Plantee el problema.

b) Resuélvalo gráficamente.

c) Analice gráficamente qué ocurriría si además se desea que el número de hectáreas dedicadas al cultivo $C2$ sea no menor que el doble del número de hectáreas dedicadas al cultivo $C1$.

Junio 2019 (Comunidad Navarra)

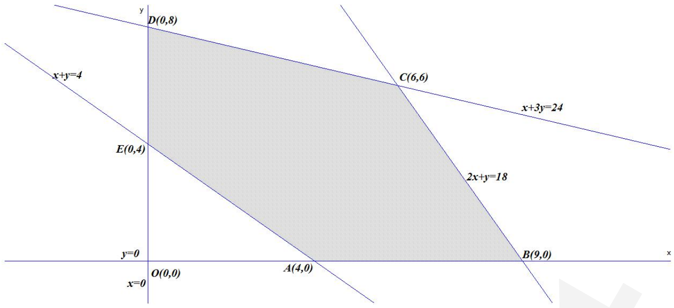
Solución:

LLamamos x : nº de hectáreas de $C1$ e y nº de hectáreas de $C2$.

	Hectáreas	H. máquina	Kg abono	Beneficio
$C1$	1	20	100	3000
$C2$	1	10	300	1500
	≥ 4	≤ 180	≤ 2400	

a) La región factible es:

$$\left\{\begin{array}{l} x+y\geq 4 \\ 20x+10y\leq 180 \\ 100x+300y\leq 2400 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x+y\geq 4 \\ 2x+y\leq 18 \\ x+y\leq 24 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right.$$

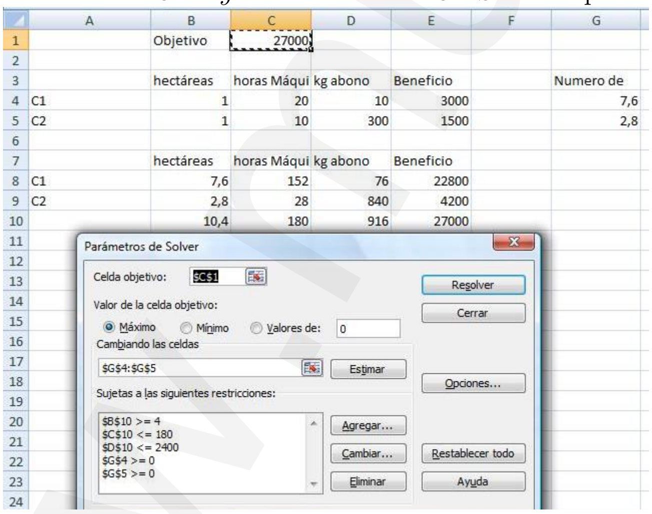


b) Los vértices son: $A(4,0)$, $B(9,0)$, $C(6,6)$, $D(0,8)$ y $E(0,4)$.

c) $f(x,y) = 3000x + 1500y$

$$\begin{cases} f(4,0) = 12000 \\ f(9,0) = 27000 \ \text{Máximo} \\ f(6,6) = 27000 \ \text{Máximo} \\ f(0,8) = 12000 \\ f(0,4) = 6000 \end{cases}$$

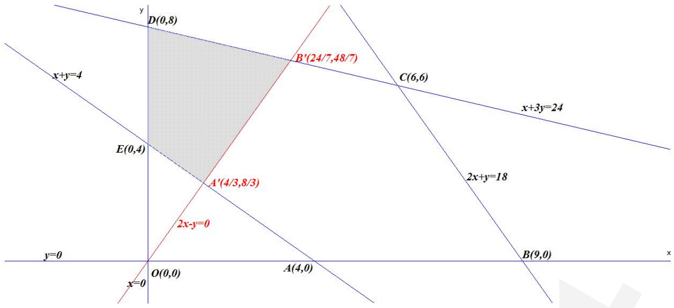
La producción sería máxima en cualquier punto del segmento que une los puntos $B(9,0)$ y $C(6,6)$ con un beneficio para cualquiera de esos puntos de 27000 euros.
El segmento lo determinaría $y = 18 - 2x$ con $x \in [6,9]$, donde x son las hectáreas de $C1$ e y las hectáreas de $C2$ Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	27000				
2							
3		hectáreas	horas Máqui	kg abono	Beneficio		Numero de
4	C1	1	20	10	3000		7,6
5	C2	1	10	300	1500		2,8
6							
7		hectáreas	horas Máqui	kg abono	Beneficio		
8	C1	7,6	152	76	22800		
9	C2	2,8	28	840	4200		
10		10,4	180	916	27000		

d) Ahora incluimos la inecuación $y \geq 2x$:

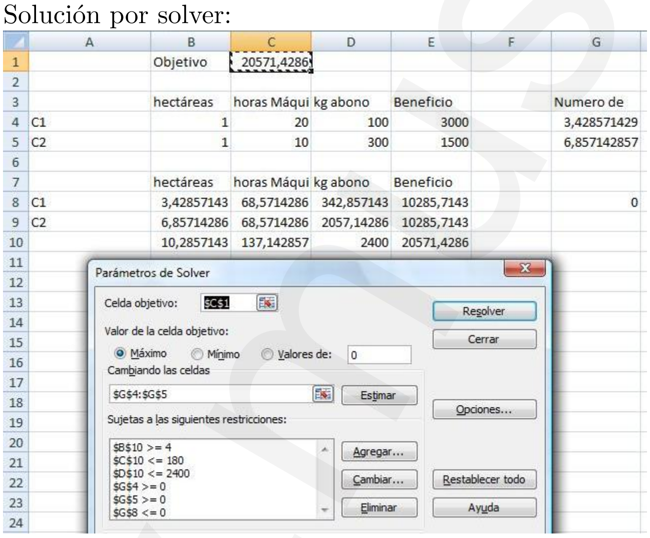
$$\begin{cases} y \geq 2x \\ x + y \geq 4 \\ 2x + y \leq 18 \\ x + y \leq 24 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Ahora los vértices son: $A'(4/3, 8/3)$, $B'(24/7, 48/7)$, $D(0, 8)$ y $E(0, 4)$.

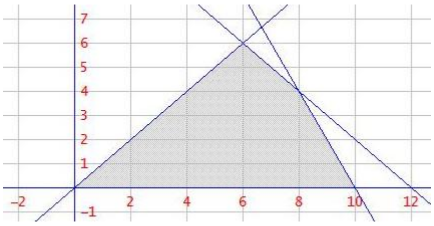
$$\begin{cases} f(4/3, 8/3) = 8000 \\ f(24/7, 48/7) = 20571,43 \ \text{Máximo} \\ f(0, 8) = 12000 \\ f(0, 4) = 6000 \end{cases}$$

De $C1$ tiene plantar 24/7 de hectáreas y 48/7 de la $C2$, con un beneficio máximo de 20571,43 euros.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	20571,4286				
2							
3		hectáreas	horas Máqui	kg abono	Beneficio		Numero de
4	C1	1	20	100	3000		3,428571429
5	C2	1	10	300	1500		6,857142857
6							
7		hectáreas	horas Máqui	kg abono	Beneficio		
8	C1	3,42857143	68,5714286	342,857143	10285,7143		0
9	C2	6,85714286	68,5714286	2057,14286	10285,7143		
10		10,2857143	137,142857	2400	20571,4286		

Problema 3 *(2 puntos)* Un horno artesano hace dos tipos de panecillos, los integrales y los de cereales. En su elaboración, además de la harina correspondiente, se usa levadura de masa madre y agua. La cantidad de levadura de masa madre y de agua que se utiliza en la elaboración de cada panecillo depende de si se trata de un panecillo integral o de cereales.
Se quiere saber cuántos panecillos de cada tipo se pueden hacer. Después de comprobar la cantidad de masa madre y de agua de que se dispone, y teniendo en cuenta que la cantidad de panecillos de cereales no puede superar la de panecillos integrales, se obtiene la siguiente región con todas las posibilidades.



En el gráfico, el eje de las x representa el número de panecillos integrales y el de las y, el número de panecillos de cereales.

a) Escriba las inecuaciones que dan lugar a esta región factible.

b) Si los panecillos integrales se venden a 8 euros cada unidad y los de cereales a 10 euros, ¿cuántos panecillos de cada tipo se tienen que vender para obtener los máximos ingresos? ¿Cuáles son estos máximos ingresos?

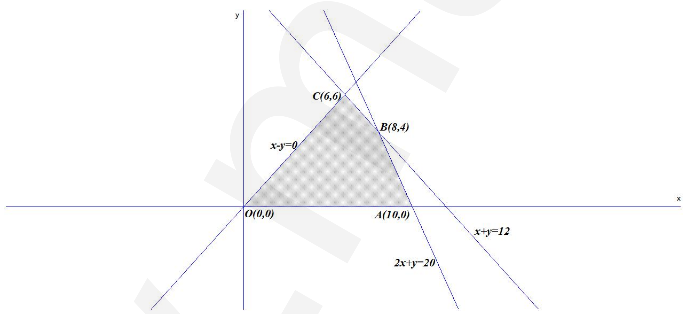
Julio 2019 (Comunidad Cataluña)

Solución:

LLamamos x : número de panecillos integrales e y número de panecillos de cereales.

a) La región factible es:

$$\left\{\begin{array}{l} x-y\geq 0\\ x+y\leq 12\\ 2x+y\leq 20\\ y\geq 0\\ x\geq 0 \end{array}\right.$$



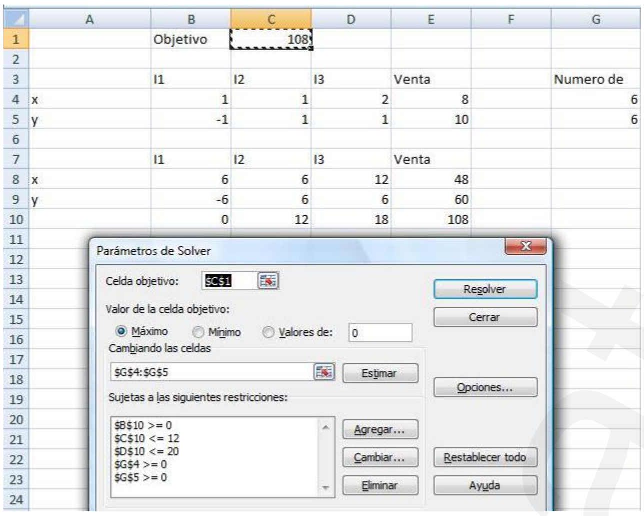
Los vértices son: $A(10,0)$, $B(8,4)$ y $C(6,6)$.

b) La función objetivo es: $f(x,y)=8x+10y$

$$\left\{\begin{array}{l} f(10,0)=80\\ f(8,4)=104\\ f(6,6)=108\ \text{Máximo} \end{array}\right.$$

El máximo se encuentra vendiendo 6 panecillos integrales y 6 panecillos de cereales.

Solución por solver:



Problema 4 *(2 puntos)* En una fábrica se dispone de 80 kg de acero y 120 kg de aluminio para fabricar bicicletas de montaña y de paseo, que se venderán a 200 euros y 150 euros, respectivamente. Para fabricar una bicicleta de montaña son necesarios 1 kg de acero y 3 kg de aluminio, y para fabricar una de paseo, 2 kg de cada uno de los dos metales.

a) Determine la función objetivo y las restricciones, y dibuje la región factible.

b) Calcule cuántas bicicletas de cada tipo hay que fabricar para obtener el máximo beneficio y diga cuál es este beneficio.

Junio 2019 (Comunidad Cataluña)

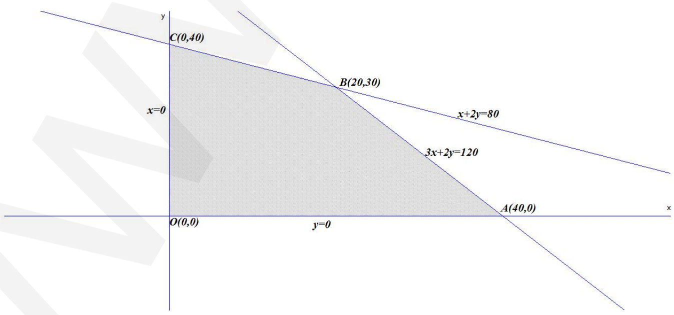
Solución:

LLamamos x : nº de bicicletas de montaña e y nº de bicicletas de paseo.

	Acero	Aluminio	Venta
montaña	1	3	200
paseo	2	2	150
	≤ 80	≤ 120	

La región factible es:

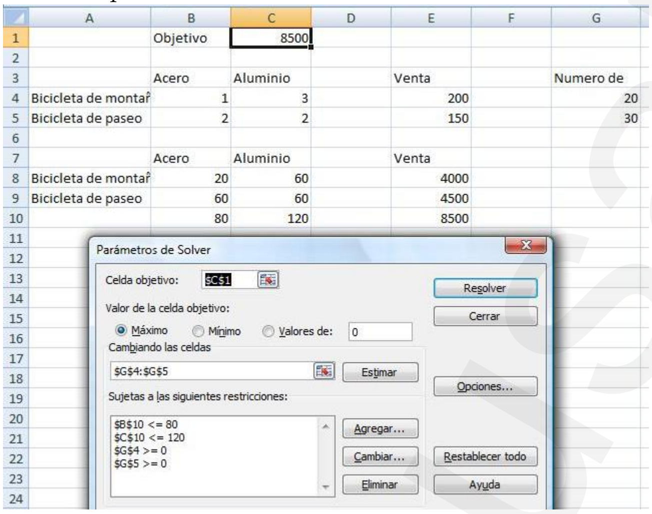
$$\begin{cases} x + 2y \leq 80 \\ 3x + 2y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $A(40,0)$, $B(20,30)$ y $C(0,40)$.
$f(x,y) = 200x + 150y$

$$\begin{cases} f(40,0) = 8000 \\ f(20,30) = 8500 \ \text{Máximo} \\ f(0,40) = 6000 \end{cases}$$

Se deben fabricar 20 bicicletas de montaña y 30 bicicletas de paseo con un beneficio máximo de 8500 euros.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	8500				
2							
3		Acero	Aluminio		Venta		Numero de
4	Bicicleta de montañ	1	3		200		20
5	Bicicleta de paseo	2	2		150		30
6							
7		Acero	Aluminio		Venta		
8	Bicicleta de montañ	20	60		4000		
9	Bicicleta de paseo	60	60		4500		
10		80	120		8500		

Problema 5 *(2 puntos)* La empresa de deporte de aventura Xtrem prepara para la última semana de junio dos paquetes: el paquete básico (PB) y el paquete súper (PS). El PB incluye una bajada de rafting, una bajada haciendo barranquismo y un salto en caída libre haciendo puenting, y tiene un precio de 50 euros. Por otro lado, el PS incluye tres bajadas de rafting, dos de barranquismo y un puenting, y el precio es de 120 euros.
Por limitaciones climáticas y de personal, solo se pueden hacer 12 bajadas de rafting, 9 haciendo barranquismo y 8 puentings. Para hacer la promoción turística, se quiere saber qué combinación de paquetes proporciona más ingresos.

a) Encuentre las inecuaciones que han de cumplir todas las posibles combinaciones de paquetes. Dibuje la región del plano donde se encuentran estas posibles soluciones y encuentre la función que da los ingresos en función del número de paquetes de cada tipo.

b) Encuentre el número de paquetes de cada tipo que tiene que ofrecer la empresa para obtener los ingresos máximos y diga cuáles serían estos ingresos.

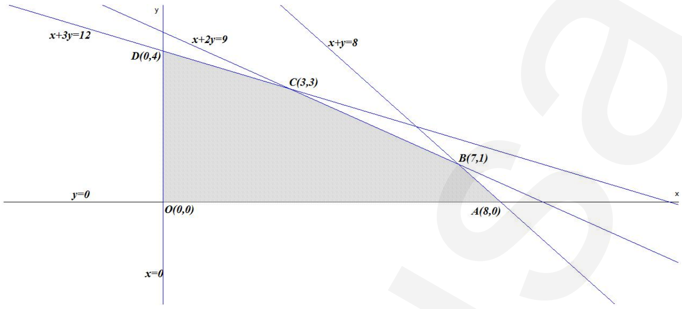
Julio 2019 (Comunidad Cataluña)
Solución:

LLamamos x : nº de paquetes básicos e y nº de paquetes súper.

	rafting	barranquismo	puenting	Venta
PB	1	1	1	50
PS	3	2	1	120
	≤ 12	≤ 9	≤ 8	

a) La región factible es:

$$\begin{cases} x+3y \leq 12 \\ x+2y \leq 9 \\ x+y \leq 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $A(8,0)$, $B(7,1)$, $C(3,3)$ y $D(0,4)$.

b) $f(x,y) = 50x + 120y$

$$\begin{cases} f(8,0) = 400 \\ f(7,1) = 470 \\ f(3,3) = 510 \ \text{ Máximo} \\ f(0,4) = 480 \end{cases}$$

Se deben realizar 3 paquetes básicos y 3 paquetes súper con un beneficio máximo de 510 euros.

Solución por solver: