

## Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

### Abril 2020

---



---

**Problema 1** Según los datos del Instituto Nacional de Estadística, el 49,3 % de la población aragonesa son hombres y el 50,7 % son mujeres. Del total de hombres, un 80,9 % tienen menos de 65 años; del total de mujeres, un 75,9 % tienen menos de 65 años.

- a) Elegimos una persona de Aragón al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer de menos de 65 años?
- b) Elegimos una persona de Aragón al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 65 años?
- c) Elegimos una persona de Aragón de entre las que tienen menos de 65 años, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
- d) Si se eligen al azar (con reemplazamiento) tres personas de Aragón, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de las tres sea mujer?

**Solución:**

LLamamos  $V$  : al suceso hombre,  $M$  al suceso mujer y  $M65$  al suceso "menos de 65 años":

a)

$$P(M \cap M65) = P(M65|M)P(M) = 0,759 \cdot 0,507 = 0,385$$

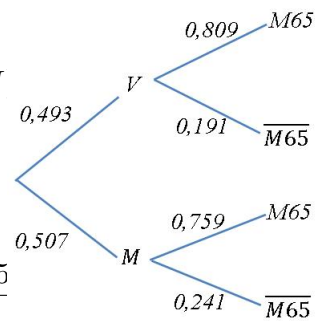
b)

$$P(M65) = P(M65|V)P(V) + P(M65|M)P(M)$$

$$0,809 \cdot 0,493 + 0,759 \cdot 0,507 = 0,784$$

c)

$$P(M|M65) = \frac{P(M65|M)P(M)}{P(M65)} = \frac{0,759 \cdot 0,5}{0,784}$$



d)

$$P(\text{al menos una es mujer}) = 1 - P(VVV) = 1 - 0,493^3 = 0,88$$

**Problema 2** De los estudiantes de secundaria que fueron al viaje de estudios, se determina que tres quintas partes de ellos han consumido alcohol y que un cuarto de ellos han fumado. Además se sabe que el veinte por ciento de ellos han consumido alcohol y fumado.

- a) Si un estudiante elegido al azar ha fumado, ¿cuál es la probabilidad de que haya consumido alcohol?
- b) Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya fumado y no haya bebido alcohol?

**Solución:**

Llamamos  $A$  al suceso "han consumido alcohol" y  $F$  al suceso "han fumado".

$$P(A) = \frac{3}{5}, \quad P(F) = \frac{1}{4}, \quad P(A \cap F) = 0,2$$

a)  $P(A|F) = \frac{P(A \cap F)}{P(F)} = \frac{0,2}{1/4} = 0,8$

b)  $P(\overline{A} \cap \overline{F}) = P(\overline{A \cup F}) = 1 - P(A \cup F) = 1 - (P(A) + P(F) - P(A \cap F)) = 1 - \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{4} - 0,2\right) = 0,35$

**Problema 3** En una agencia de viajes online se ha observado que el 80 % de los clientes compra un billete de avión, el 60 % compra un bono de hotel y el 50 % compra las dos cosas. Elegido un cliente al azar de esa agencia, se pide:

- a) Calcular la probabilidad de que compre un billete de avión o un bono de hotel.
- b) Calcular la probabilidad de que compre un bono de hotel si se sabe que compró un billete de avión.

**Solución:**

Llamamos  $A$  al suceso "compra billete de avión" y  $H$  al suceso "compra bono de hotel".

$$P(A) = 0,8, \quad P(H) = 0,6, \quad P(A \cap H) = 0,5$$

a)  $P(A \cup H) = P(A) + P(H) - P(A \cap H) = 0,8 + 0,6 - 0,5 = 0,9$

b)  $P(H|A) = \frac{P(H \cap A)}{P(A)} = \frac{0,5}{0,8} = 0,625$

**Problema 4** Se va a realizar un estudio de mercado para estimar la proporción de consumidores que conoce una determinada marca de yogures. Para ello se va a tomar una muestra aleatoria simple de consumidores, se va a preguntar a cada uno si conoce la marca y a partir de los resultados se construirá el intervalo de confianza correspondiente, a nivel de confianza del 91 %.

- a) Si queremos que el intervalo no tenga una amplitud mayor que 0,08 ¿qué tamaño de la muestra debemos escoger?

- b) Decidimos tomar una muestra de tamaño de 175 consumidores; les preguntamos y un total de 126 responden que conocen la marca. Calcular el intervalo de confianza al 91 % para la proporción de consumidores que conocen la marca.

**Solución:**

$$\text{a) } NC = 0,91 = 1 - \alpha \implies \alpha = 0,09 \implies \frac{\alpha}{2} = 0,045$$

$$P(Z \leq Z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0,045 = 0,955 \implies Z_{\alpha/2} = 1,695$$

$$E = Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{pq}{n}} \implies 0,04 = 1,695 \sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,5}{n}} \implies n \geq \left( \frac{1,695 \cdot 0,5}{0,08} \right)^2 = 448,91 \implies$$

$$n = 449$$

$$\text{b) } n = 175 \text{ y } \hat{p} = \frac{126}{175} = 0,72$$

$$E = Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{pq}{n}} = 1,695 \sqrt{\frac{0,72 \cdot 0,28}{175}} = 0,0575$$

$$IC = (\hat{p} - E, \hat{p} + E) = (0,72 - 0,0575; 0,72 + 0,0575) = (0,6625; 0,7775) = (66,25\%; 77,75\%)$$

**Problema 5** Se sabe que el peso de las manzanas de un agricultor tiene distribución normal con desviación típica igual a 20 g. Queremos construir un intervalo de confianza para la media del peso de las manzanas del agricultor.

- a) Determinar el tamaño de la muestra para que el intervalo de confianza del 93 % tenga una amplitud menor o igual que 8 g.
- b) Decidimos tomar una muestra de tamaño 12. Pesamos las manzanas y obtenemos los siguientes resultados (en gramos)

178, 221, 196, 231, 210, 168, 203, 186, 196, 214, 230, 224

Calcular un intervalo de confianza al 93 % para la media del peso de las manzanas del agricultor.

**Solución:**

$$N(\mu; 20)$$

$$\text{a) } NC = 0,93 = 1 - \alpha \implies \alpha = 0,07 \implies \frac{\alpha}{2} = 0,035$$

$$P(Z \leq Z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0,035 = 0,965 \implies Z_{\alpha/2} = 1,815$$

$$E = Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \implies 4 = 1,815 \frac{20}{\sqrt{n}} \implies n \geq \left( \frac{1,815 \cdot 20}{4} \right)^2 = 82,36 \implies n = 83$$

b)  $n = 12$  y  $\bar{X} = 204,75$ :

$$E = Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,815 \frac{20}{\sqrt{12}} = 10,479$$

$$IC = (\bar{X} - E, \bar{X} + E) = (204,75 - 10,479; 204,75 + 10,479) = (194,271; 215,229)$$