

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Diciembre 2019

Problema 1 (2,5 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ ax - z = 3 \\ 2y + z = 2 \end{cases}$$

- a) Discútase la unicidad de la solución del sistema en función del valor de a .
b) Resuélvase el sistema para $a = 1$.

Julio 2019 coincidente (Comunidad Madrid)

Solución:

a)

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ a & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{array} \right); \quad |A| = 2 - a = 0 \implies a = 2$$

- Si $a \neq 2 \implies |A| \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 3 = \text{Rango}(\bar{A}) = n^\circ$ de incógnitas y el sistema es compatible determinado. (Solución única)
- Si $a = 2$:

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{array} \right) = \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 \end{array} \right] = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{array} \right) =$$

$$\left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 + F_2 \end{array} \right] = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{array} \right) \implies$$

Sistema Incompatible

b) Si $a = 1$:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - z = 3 \\ 2y + z = 2 \end{cases} \implies \begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \\ z = -6 \end{cases}$$

Problema 2 (2,5 puntos) Una empresa de joyería tiene dos máquinas A y B con las que puede hacer anillos, pulseras y collares y tiene que decidir el número de horas de trabajo de cada una de las máquinas para la próxima semana. En cada hora de trabajo, la máquina A realiza 1 anillo, 4 pulseras y 2 collares, mientras que la máquina B realiza 4 anillos, 2 pulseras y 3 collares. Durante la próxima semana, la empresa debe producir al menos 80 anillos, 96 pulseras y 120 collares.

- a) ¿Cuántas horas debe trabajar cada máquina para satisfacer estos requisitos de demanda? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría usarse 10 horas la máquina A y 30 horas la B ?

- b) El coste por cada hora de trabajo de la máquina A es de 2500 euros y el de la máquina B es de 2000 euros. ¿Cuántas horas tiene que trabajar cada máquina para minimizar el coste total? ¿a cuánto asciende dicho coste mínimo?

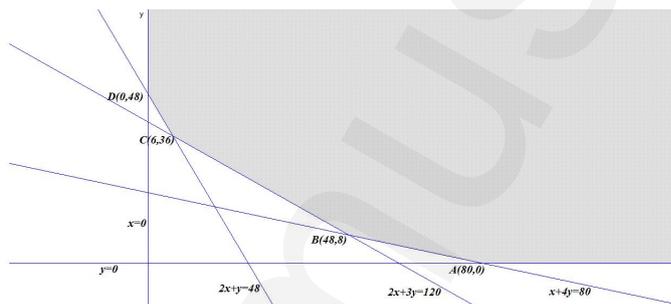
Junio 2019 (Comunidad de Asturias)

Solución: Llamamos x : n° de horas de la máquina A e y n° de horas de la máquina B .

	Anillos	Pulseras	Collares
A	1	4	2
B	4	2	3
	≥ 80	≥ 96	≥ 120

- a) La región factible es:

$$\begin{cases} x + 4y \geq 80 \\ 4x + 2y \geq 96 \\ 2x + 3y \geq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x + 4y \geq 80 \\ 2x + y \geq 48 \\ 2x + 3y \geq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Los vértices son: $A(80, 0)$, $B(48, 8)$, $C(6, 36)$ y $D(0, 48)$.

El punto $(10, 30)$ está fuera de la región factible y, por tanto, no cumple las condiciones del problema.

- b) $f(x, y) = 2500x + 2000y$

$$\begin{cases} f(80, 0) = 200000 \\ f(48, 8) = 136000 \\ f(6, 36) = 87000 \text{ Mínimo} \\ f(0, 48) = 96000 \end{cases}$$

La máquina A tiene que trabajar 6 horas y 36 horas la B para tener un gasto mínimo de 87000 euros.

Solución por solver:

	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	87000				
2							
3		Anillos	Pulseras	Collares	Coste		Nº de Horas
4	A		1	2	2	2500	6
5	B		4	1	3	2000	36
6							
7		Anillos	Pulseras	Collares	Coste		
8	A		6	12	12	15000	
9	B		144	36	108	72000	
10			150	48	120	87000	

Parámetros de Solver

Celda objetivo:

Valor de la celda objetivo:

Máximo Mínimo Valores de:

Cambiando las celdas

Sujetas a las siguientes restricciones:

\$B\$10 >= 80

\$C\$10 >= 48

\$D\$10 >= 120

\$G\$4 >= 0

\$G\$5 >= 0