Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)
Diciembre 2019

Problema 1 *(2,5 puntos)* Se considera el sistema de ecuaciones dependiente de un parámetro real m:

$$\left\{\begin{array}{l} -x+y+z=0 \\ x+my-z=0 \\ x-y-mz=0 \end{array}\right.$$

1. Determínense los valores del parámetro real m para que el sistema tenga soluciones diferentes a la solución trivial $x=y=z=0$.

2. Resuélvase para $m=1$.

Junio 2019 (Comunidad de Madrid)
Solución:
Se trata de un sistema homogéneo.

1. $$=\left(\begin{array}{ccc} -1 & 1 & 1 \\ 1 & m & -1 \\ 1 & -1 & -m \end{array}\right); \quad |A|=m^2-1=0 \Longrightarrow m=\pm 1$$

   - Si $m \neq \pm 1 \Longrightarrow |A| \neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(A)=3=\text{n}^{\text{o}}$ de incógnitas y el sistema es compatible determinado. (Solución única, la trivial $x=y=z=0$)
   - Si $m=\pm 1$ se trata de un sistema compatible indeterminado. Un sistema homogéneo no puede incompatible.

2. Si $m=1$ la primera y la segunda ecuación son iguales cambiadas de signo, eliminamos una de ellas y resolvemos el sistema:

$$\left\{\begin{array}{l} x+y-z=0 \\ x-y-z=0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=\lambda \\ y=0 \\ z=\lambda \end{array}\right.$$

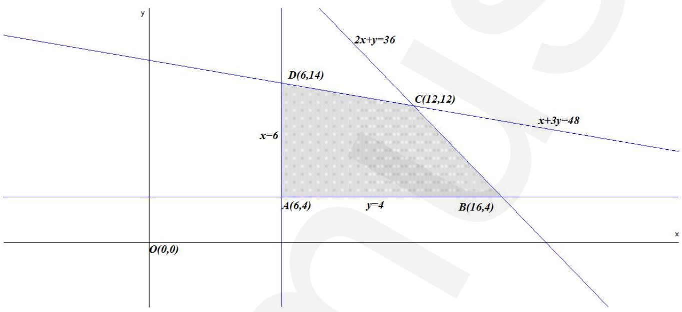
Problema 2 *(2,5 puntos)* Un ebanista fabrica sillas y taburetes. Cada silla necesita 4 kilos de madera y 1 hora de trabajo, mientras que cada taburete necesita 2 kilos de madera y 3 horas de trabajo. El beneficio por cada silla es de 70 euros y por cada taburete es de 50 euros. Para la semana que viene quiere fabricar, al menos, 6 sillas y 4 taburetes; dispone, como máximo, de 72 kilos de madera y de 48 horas de trabajo. ¿Cuántas sillas y taburetes debe fabricar para maximizar su beneficio? ¿Cuál será el valor del beneficio en ese caso?

Junio 2019 (Comunidad de Aragón)
Solución:
LLamamos x : nº de sillas e y nº de taburetes.

	Madera	Tiempo	beneficio
Silla	4	1	70
Taburete	2	3	50
	≤ 72	≤ 48	

1. Se trata de un problema de programación, hay que optimizar la función objetivo $f(x, y) = 70x + 50y$ calculando su máximo, sujeto a las restricciones (Región factible):

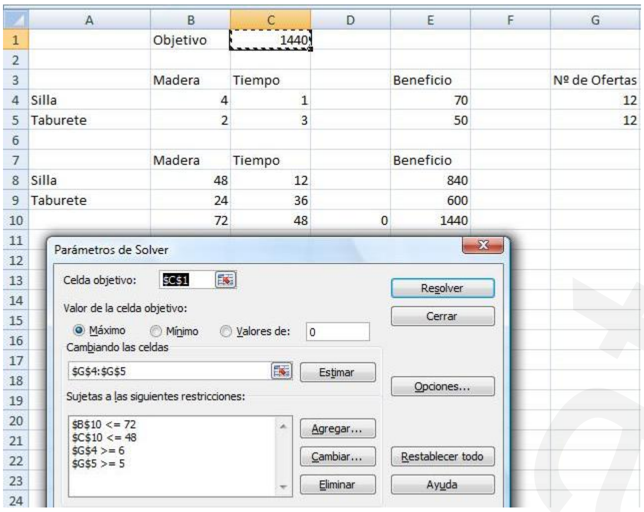
$$S : \begin{cases} 4x + 2y \leq 72 \\ x + 3y \leq 48 \\ x \geq 6 \\ y \geq 4 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2x + y \leq 36 \\ x + 3y \leq 48 \\ x \geq 6 \\ y \geq 4 \end{cases}$$



La región S y los vértices a estudiar serán: $A(6, 4)$, $B(16, 4)$, $C(12, 12)$ y $D(6, 14)$.

2. $$\begin{cases} f(6, 4) = 620 \\ f(16, 4) = 1320 \\ f(12, 12) = 1440 \ \text{Máximo} \\ f(6, 14) = 1120 \end{cases}$$

El máximo es de 1440 euros y se alcanza cuando se fabrican 12 sillas y 12 taburetes.
Solución por solver:



	A	B	C	D	E	F	G
1		Objetivo	1440				
2							
3		Madera	Tiempo		Beneficio		Nº de Ofertas
4	Silla	4	1		70		12
5	Taburete	2	3		50		12
6							
7		Madera	Tiempo		Beneficio		
8	Silla	48	12		840		
9	Taburete	24	36		600		
10		72	48	0	1440		