

Examen de Matemáticas II (Extraordinaria 2020) Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2,5 puntos) Sea A una matriz de tamaño 3×4 tal que sus dos primeras filas son $(1, 1, 1, 1)$ y $(1, 2, 3, 4)$, y sin ningún cero en la tercera fila. En cada uno de los apartados siguientes, se pide poner un ejemplo de matriz A que verifique la condición pedida, **justificándolo apropiadamente**:

- (0,5 puntos) La tercera fila de A es combinación lineal de las dos primeras.
- (0,5 puntos) Las tres filas de A son linealmente independientes.
- (0,5 puntos) A es la matriz ampliada de un sistema compatible determinado.
- (0,5 puntos) A es la matriz ampliada de un sistema compatible indeterminado.
- (0,5 puntos) A es la matriz ampliada de un sistema incompatible.

Problema 2 (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2-1} & \text{si } x < 1, x \neq -1 \\ \frac{x^2+1}{4x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$,

se pide:

- (0,5 puntos) Calcular $f(0)$ y $(f \circ f)(0)$.
- (1,25 puntos) Estudiar la continuidad y derivabilidad de $f(x)$ en $x = 1$ y determinar si en dicho punto existe un extremo relativo.
- (0,75 puntos) Estudiar sus asíntotas.

Problema 3 (2,5 puntos) Dados el punto $P(3, 3, 0)$ y la recta $r \equiv \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{0}$, se pide:

- (0,75 puntos) Escribir la ecuación del plano que contiene al punto P y a la recta r .
- (1 punto) Calcular el punto simétrico de P respecto de r .
- (0,75 puntos) Hallar dos puntos A y B de r tales que el triángulo ABP sea rectángulo, tenga área $\frac{3}{\sqrt{2}}$ y el ángulo recto en A .

Problema 4 (2,5 puntos) Se tienen tres urnas A , B y C . La urna A contiene 4 bolas rojas y 2 negras, la urna B contiene 3 bolas de cada color y la urna C contiene 6 bolas negras. Se elige una urna al azar y se extraen de ella dos bolas de manera consecutiva y sin reemplazamiento. Se pide:

- (1 punto) Calcular la probabilidad de que la primera bola extraída sea roja.
- (1 punto) Calcular la probabilidad de que la primera bola extraída sea roja y la segunda sea negra. que la carta eliminada tampoco lo haya sido.
- (0,5 puntos) Sabiendo que la primera bola extraída es roja, calcular la probabilidad de que la segunda sea negra.

Examen de Matemáticas II (Extraordinaria 2020) Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2,5 puntos) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $I =$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Se pide:

- (1 puntos) Calcular, si es posible, la inversa de la matriz A .
- (0,5 puntos) Calcular la matriz $C = A^2 - 2I$.
- (1 punto) Calcular el determinante de la matriz $D = ABB^t$ (donde B^t denota la matriz traspuesta de B).

Problema 2 (2,5 puntos) La potencia generada por una pila viene dada por la expresión $P(t) = 25te^{-t^2/4}$, donde $t > 0$ es el tiempo de funcionamiento.

- (0,5 puntos) Calcular hacia qué valor tiende la potencia generada por la pila si se deja en funcionamiento indefinidamente.
- (0,75 puntos) Determinar la potencia máxima que genera la pila y el instante en el que se alcanza.
- (1,25 puntos) La energía total generada por la pila hasta el instante t , $E(t)$, se relaciona con la potencia mediante $E'(t) = P(t)$, con $E(0) = 0$. Calcular la energía producida por la pila entre el instante $t = 0$ y el instante $t = 2$.

Problema 3 (2,5 puntos) Del paralelogramo $ABCD$, se conocen los vértices consecutivos $A(1, 0, -1)$, $B(2, 1, 0)$ y $C(4, 3, -2)$. Se pide:

- (1 punto) Calcular una ecuación de la recta que pasa por el punto medio del segmento AC y es perpendicular a los segmentos AC y BC .
- (1 punto) Hallar las coordenadas del vértice D y el área del paralelogramo resultante.
- (0,5 puntos) Calcular el coseno del ángulo que forman los vectores \vec{AB} y \vec{AC} .

Problema 4 (2,5 puntos) En un experimento aleatorio hay dos sucesos independientes X , Y . Sabemos que $P(X) = 0,4$ y que $P(X \cap \bar{Y}) = 0,08$ (donde \bar{Y} es el suceso complementario de Y). Se pide:

- (1 punto) Calcular $P(Y)$.
- (0,5 puntos) Calcular $P(X \cup Y)$.
- (1 punto) Si X es un resultado no deseado, de manera que consideramos que el experimento es un éxito cuando NO sucede X , y repetimos el experimento en 8 ocasiones, hallar la probabilidad de haber tenido éxito al menos 2 veces.