

**Examen de Matemáticas II**  
**Selectividad-Opción A (Julio 2020)**

**Tiempo: 90 minutos**

---

---

**Problema 1** (2,5 puntos) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones dependientes del parámetro real  $a$ :

$$\begin{cases} x + ay + z = a + 1 \\ -ax + y - z = 2a \\ -y + z = a \end{cases}$$

Se pide:

- a) (2 puntos) Discutir el sistema según los diferentes valores de  $a$ .
- b) (0,5 puntos) Resolver el sistema para  $a = 0$ .

**Problema 2** (2,5 puntos) Dadas las funciones  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$  y  $g(x) = 6x$ , se pide:

- a) (0,5 puntos) Justificar, usando el teorema adecuado, que existe algún punto en el intervalo  $[1, 10]$  en el que ambas funciones toman el mismo valor.
- b) (1 punto) Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva  $y = f(x)$  con pendiente mínima.
- c) (1 punto) Calcular  $\int_1^2 \frac{f(x)}{g(x)} dx$ .

**Problema 3** (2,5 puntos) Dadas las rectas

$$r : \begin{cases} x - y = 2 \\ 3x - z = -1 \end{cases} \quad \text{y} \quad s : \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = -4 - \lambda \\ z = \lambda \end{cases},$$

se pide:

- a) (1 punto) Calcular la posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$ .
- b) (0,5 puntos) Hallar la ecuación del plano perpendicular a la recta  $r$  y que pasa por el punto  $P(2, -1, 5)$ .
- c) (1 punto) Encontrar la ecuación del plano paralelo a la recta  $r$  que contiene a la recta  $s$ .

**Problema 4** (2,5 puntos) Un arquero aficionado dispone de 4 flechas y dispara a un globo colocado en el centro de una diana. La probabilidad de alcanzar el blanco en el primer tiro es del 30%. En los lanzamientos sucesivos la puntería se va afinando, de manera que en el segundo es del 40%, en el tercero del 50% y en el cuarto del 60%. Se pide:

- a) (1 punto) Calcular la probabilidad de que el globo haya explotado sin necesidad de hacer el cuarto disparo.
- b) (0,5 puntos) Calcular la probabilidad de que el globo siga intacto tras el cuarto disparo.
- c) (1 punto) En una exhibición participan diez arqueros profesionales, que aciertan un 85% de sus lanzamientos. Calcular la probabilidad de que entre los 10 hayan explotado exactamente 6 globos al primer disparo.

**Examen de Matemáticas II**  
**Selectividad-Opción A (Julio 2020)**

**Tiempo: 90 minutos**

---

---

**Problema 1** (2,5 puntos) Según informa la Asociación Empresarial de Acuicultura de España, durante el año 2016 se comercializaron en España doradas, lubinas y rodaballos por un total de 275,8 millones de euros. En dicho informe figura que se comercializaron un total de 13740 toneladas de doradas y 23440 toneladas de lubinas. En cuanto a los rodaballos, se vendieron 7400 toneladas por un valor de 63,6 millones de euros. Sabiendo que el kilo de dorada fue 11 céntimos más caro que el kilo de lubina, se pide calcular el precio del kilo de cada uno de los tres tipos de pescado anteriores.

**Problema 2** (2,5 puntos) Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ (x-1)^3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) (0,5 puntos) Estudie su continuidad en  $[-4, 4]$ .
- b) (1 punto) Analice su derivabilidad y crecimiento en  $[-4, 4]$ .
- c) (1 punto) Determine si la función  $g(x) = f'(x)$  está definida, es continua y es derivable en  $x = 1$ .

**Problema 3** (2,5 puntos) Dados los puntos  $P(-3, 1, 2)$  y  $Q(-1, 0, 1)$  y el plano  $\pi$  de ecuación  $x + 2y - 3z = 4$ , se pide:

- a) (1 punto) Hallar la proyección de  $Q$  sobre  $\pi$ .
- b) (0,5 puntos) Escribir la ecuación del plano paralelo a  $\pi$  que pasa por el punto  $P$ .
- c) (1 punto) Escribir la ecuación del plano perpendicular a  $\pi$  que contiene a los puntos  $P$  y  $Q$ .

**Problema 4** (2,5 puntos) Se consideran dos sucesos  $A$  y  $B$  tales que  $P(A) = 0,5$ ,  $P(B) = 0,25$  y  $P(A \cap B) = 0,125$ . Responder de manera razonada o calcular lo que se pide en los siguientes casos:

- a) (0,5 puntos) Sea  $C$  otro suceso, incompatible con  $A$  y con  $B$ . ¿Son compatibles los sucesos  $C$  y  $A \cup B$ ?
- b) (0,5 puntos) ¿Son  $A$  y  $B$  independientes?
- c) (0,75 puntos) Calcular la probabilidad  $P(\bar{A} \cap \bar{B})$  (donde  $\bar{A}$  denota el suceso complementario al suceso  $A$ ).
- d) (0,75 puntos) Calcular la probabilidad  $P(\bar{B}|A)$