Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Abril 2019

Problema 1 *(2,5 puntos)* Sean A y B dos sucesos independientes de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0,5$ y $P(\overline{B}) = 0,8$. Calcúlese:

a) $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$.

b) $P(\overline{A}|\overline{B})$.

Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario del suceso S.
(Junio 2016 - Opción A(Coincidentes))
Solución:

$$P(A) = 0,5, \quad P(B) = 0,2$$

a) Como A y B son independientes $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,5 \cdot 0,2 = 0,1$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,2 - 0,1 = 0,6$$

b)

$$P(\overline{A}|\overline{B}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{P(\overline{A \cup B})}{P(\overline{B})} = \frac{1 - P(A \cup B)}{P(\overline{B})} = \frac{1 - 0,6}{0,8} = 0,5$$

Problema 2 *(2,5 puntos)* En cierta población animal tratada genéticamente, el número de hembras es el doble que el número de machos. Se observa que el 6 % de los machos de esa población padece albinismo, mientras que entre las hembras únicamente el 3 % padece albinismo. Calcúlese la probabilidad de que un individuo de esa población elegido al azar:

a) Padezca albinismo.

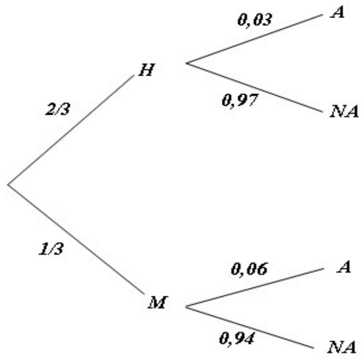
b) Sea hembra, en el supuesto de que padezca albinismo.

(Junio 2016 - Opción B(Coincidentes))
Solución:
$H \equiv$ Hembra, $M \equiv$ Macho.

$$P(H) = \frac{2}{3}, \quad P(M) = \frac{1}{3}, \quad P(A|M) = 0,06, \quad P(A|H) = 0,03$$

a)

$$P(A) = P(A|H) \cdot P(H) + P(A|M) \cdot P(M) = \frac{2}{3} \cdot 0,03 + \frac{1}{3} \cdot 0,06 = 0,04$$



b)

$$P(H|A)=\frac{P(A|H)P(H)}{P(A)}=\frac{0,03\cdot 2/3}{0,04}=0,5$$

Problema 3 *(2,5 puntos)* El precio (en euros) del metro cuadrado de las viviendas de un determinado municipio se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma=650$euros.

a) Se toma una muestra aleatoria simple y se obtiene un intervalo de confianza (2265,375; 2424,625) para μ, con un nivel de confianza del 95 %. Calcúlese la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.

b) Tomamos una muestra aleatoria simple de tamaño 225. Calcúlese el error máximo cometido en la estimación de μ por la media muestral con un nivel de confianza del 99 %.

(Modelo 2016 - Opción B)

Solución:

$$N(\mu;650)$$

a) $\sigma=650$ y $z_{\alpha/2}=1{,}96$

$$\left\{\begin{array}{l}\overline{X}-E=2265,375\\ \overline{X}+E=2424,625\end{array}\right.\Longrightarrow\left\{\begin{array}{r}\overline{X}=2345\\ E=79,625=1,96\frac{650}{\sqrt{n}}\Longrightarrow n=256\end{array}\right.$$

b) Tenemos $z_{\alpha/2}=2,57$:

$$E=2,57\frac{650}{\sqrt{225}}=111,367$$

Problema 4 *(2,5 puntos)* Una plataforma de televisión quiere lanzar un nuevo paquete de contenidos de pago. Por ello desea estimar la proporción de clientes, P, que estarían dispuestos a contratarlo.

a) Asumiendo que la proporción poblacional es $P = 0,5$, determínese el tamaño mínimo necesario de una muestra de individuos para garantizar que, con una confianza del 95 %, el margen de error en la estimación no supere el 2 % (±2 %).

b) Se tomó una muestra aleatoria simple de 500 clientes de los cuales 85 afirmaron que contratarían el paquete. Obténgase un intervalo de confianza del 90 % para la proporción de individuos que estarían dispuestos a contratar el paquete.

(Modelo 2019- Opción A)

Solución:

a) $p = 0,5$, $q = 1 - p = 0,5$ y $z_{\alpha/2} = 1,96$

$$E = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p\cdot q}{n}} = 1,96\sqrt{\frac{0,5\cdot 0,5}{n}} = 0,02 \Longrightarrow$$

$$n \geq \left(\frac{1,96\cdot 0,5}{0,02}\right)^2 = 2401 \Longrightarrow n = 2401$$

b)

$$p_r = \frac{85}{500} = 0,17 \Longrightarrow q_r = 1 - p_r = 0,83 \text{ y } z_{\alpha/2} = 1,645:$$

$$E = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p\cdot q}{n}} = 1,645\sqrt{\frac{0,17\cdot 0,83}{500}} = 0,0283$$

$$IC = (p_r - E, p_r + E) = (0,142; 0,198)$$

Entre el 14,2 % y el 19,8 %