Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Diciembre 2018

Problema 1 *(2,5 puntos)* Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$\left\{\begin{array}{c} x+y+z=a+1 \\ 3x+ay-z=a \\ y+4z=7 \end{array}\right.$$

1. Discútase el sistema según los diferentes valores de a.

2. Resuélvase el sistema en el caso $a=1$ y $a=2$.

(Junio 2014 - Opción B)

Solución:

1.

$$\overline{A}=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & a+1 \\ 3 & a & -1 & a \\ 0 & 1 & 4 & 7 \end{array}\right); \quad |A|=4a-8=0 \Longrightarrow a=2$$

- Si $a\neq 2 \Longrightarrow |A|\neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(A)=3=\text{Rango}(\overline{A})=$ nº de incógnitas y el sistema es compatible determinado. (Solución única)

- Si $a=2$:

$$\overline{A}=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & -7 \end{array}\right)=\left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2-3F_1 \\ F_3 \end{array}\right]=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -4 & -7 \\ 0 & 1 & 4 & 7 \end{array}\right)=$$

$$=\left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3+F_2 \end{array}\right]=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -4 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)\Longrightarrow$$

Sistema compatible indeterminado (infinitas soluciones)

2.
- Si $a=2$:

$$\left\{\begin{array}{c} x+y+z=3 \\ 3x+2y-z=2 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=-4+3\lambda \\ y=7-4\lambda \\ z=\lambda \end{array}\right.$$

- Si $a=0$:

$$\left\{\begin{array}{c} x+y+z=1 \\ 3x-z=0 \\ y+4z=7 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=\frac{3}{4} \\ y=-2 \\ z=\frac{9}{4} \end{array}\right.$$

Problema 2 *(2,5 puntos)* Representa gráficamente la región determinada por el sistema de inequaciones:

$$\left\{\begin{array}{l} x \geq \frac{y}{2} \\ 760x + 370y \leq 94500 \\ y + \frac{x}{2} \geq 100 \end{array}\right.$$

y calcula sus vértices. ¿Cuál es el máximo de la función $f(x, y) = x + y$ en esta región? ¿En qué punto se alcanza?

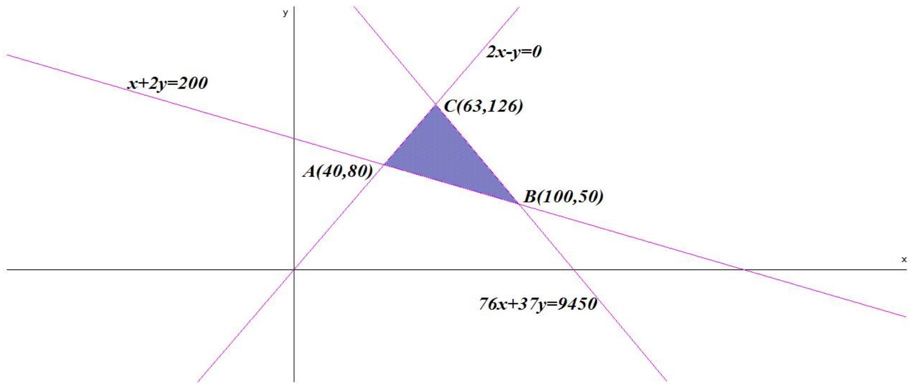
Junio 2014 opción A (Comunidad Valenciana)

Solución:

$$z(x, y) = x + y$$

sujeto a

$$\left\{\begin{array}{l} x \geq \frac{y}{2} \\ 760x + 370y \leq 94500 \\ y + \frac{x}{2} \geq 100 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} 2x - y \geq 0 \\ 76x + 37y \leq 9450 \\ x + 2y \geq 200 \end{array}\right.$$



$$\left\{\begin{array}{l} z(40, 80) = 120 \\ z(100, 50) = 150 \\ z(63, 126) = 189 \text{ Máximo} \end{array}\right.$$

El máximo es de 189 y se alcanza en el punto $C(63, 126)$.