

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)
Diciembre 2018

Problema 1 (2,5 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x - ay - z = 3 \\ 2x + 2y + az = 2 \\ x + 7y + 5z = -5 \end{cases}$$

1. Discútase en función de los valores del parámetro $a \in R$.
2. Resuélvase para $a = 1$ y $a = 0$.

Solución:

1.

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -a & -1 & 3 \\ 2 & 2 & a & 2 \\ 1 & 7 & 5 & -5 \end{array} \right); \quad |A| = -a^2 + 3a - 2 = 0 \implies a = 1, \quad a = 2$$

- Si $a \neq 1$ y $a \neq 2 \implies |A| \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 3 = \text{Rango}(\bar{A}) =$ n° de incógnitas y el sistema es compatible determinado. (Solución única)
- Si $a = 2$:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 7 & 5 & -5 \end{array} \right) = \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array} \right] = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 6 & 4 & -4 \\ 0 & 9 & 6 & -8 \end{array} \right) = \\ &= \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ 2F_3 - 3F_2 \end{array} \right] = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 6 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{array} \right) \implies \end{aligned}$$

Sistema incompatible (no tiene solución)

- Si $a = 1$:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & 5 & -5 \end{array} \right) = \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 - 2F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array} \right] = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 3 & -4 \\ 0 & 8 & 6 & -8 \end{array} \right) = \\ &= \left[\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - 2F_2 \end{array} \right] = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \implies \end{aligned}$$

Sistema compatible indeterminado (infinitas soluciones)

2. ■ Si $a = 1$:

$$\begin{cases} x - y - z = 3 \\ 2x + 2y + z = 2 \end{cases} \implies \begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\lambda \\ y = -1 - \frac{3}{4}\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

■ Si $a = 0$:

$$\begin{cases} x - z = 3 \\ 2x + 2y = 2 \\ x + 7y + 5z = -5 \end{cases} \implies \begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \\ z = -6 \end{cases}$$

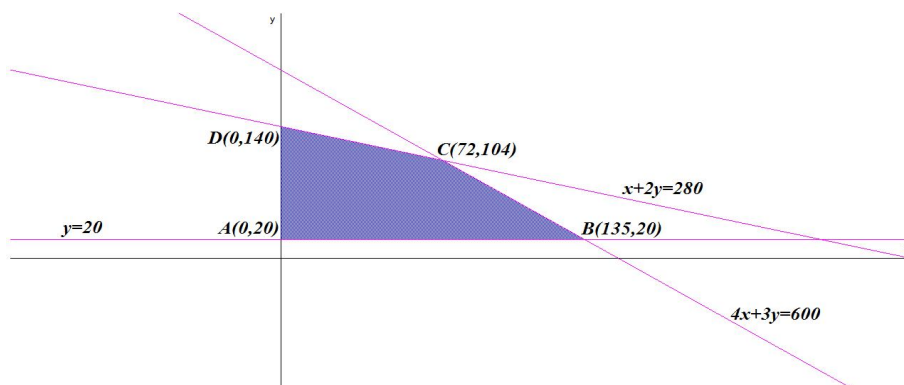
Problema 2 (2,5 puntos) En un taller textil se confeccionan 2 tipos de prendas: trajes y abrigos. Los trajes requieren 2 metros de lana y 1,25 metros de algodón y los abrigos requieren 1,5 metros de lana y 2,5 metros de algodón. Se disponen semanalmente de 300 metros de lana y de 350 metros de algodón, y esta semana deben fabricarse al menos 20 abrigos. Empleando técnicas de programación lineal, determina cuántos trajes y abrigos hay que hacer esta semana si se desea maximizar el beneficio obtenido, sabiendo que se ganan 250 euros por cada traje y 350 euros por cada abrigo. ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

Junio 2014 opción B (Comunidad de Castilla León)

Solución:

LLamamos x : nº de trajes e y nº de abrigos

	lana	algodón	beneficio
trajes	2	1,25	250
abrigos	1,5	2,5	350
	≤ 300	≤ 350	



$$z(x, y) = 250x + 350y \text{ sujeto a :}$$

$$\begin{cases} 2x + 1,5y \leq 300 \\ 1,25x + 2,5y \leq 350 \\ y \geq 20 \\ x \geq 0 \end{cases} \implies \begin{cases} 4x + 3y \leq 600 \\ x + 2y \leq 280 \\ y \geq 20 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z(0, 20) = 7000 \\ z(135, 20) = 40750 \\ z(72, 104) = 54400 \text{ M\u00e1ximo} \\ z(0, 140) = 49000 \end{cases}$$

Hay que confeccionar 72 trajes y 104 abrigos para obtener un beneficio m\u00e1ximo de 54400 euros.