

Examen de Matemáticas II (Julio 2019)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2,5 puntos)

Dado el sistema de ecuaciones $A = \begin{cases} kx + (k+1)y + z = 0 \\ -x + ky - z = 0 \\ (k-1)x - y = -(k+1) \end{cases}$;
se pide:

- a) (2 puntos) Discutir el sistema según los valores del parámetro real k .
- b) (0,5 puntos) Resolver el sistema para $k = -1$.

Problema 2 (2,5 puntos)

- a) (1,25 puntos) Sean f y g dos funciones derivables de las que se conocen los siguientes datos:

$$f(1) = 1, \quad f'(1) = 2, \quad g(1) = 3, \quad g'(1) = 4$$

Dada $h(x) = f((x+1)^2)$, use la regla de la cadena para calcular $h'(0)$.

Dada $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, calcule $k'(1)$.

- b) (1,25 puntos) Calcule la integral $\int (\sin x)^4 (\cos x)^3 dx$. (Se puede usar el cambio de variables $t = \sin x$.)

Problema 3 (2,5 puntos) Dados los puntos $A(1, 1, 1)$, $B(1, 3, -3)$ y $C(-3, -1, 1)$, se pide:

- a) (1 punto) Determinar la ecuación del plano que contiene a los tres puntos.
- b) (0,5 puntos) Obtener un punto D (distinto de A , B y C) tal que los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ y $\overrightarrow{AD}$ sean linealmente dependientes.
- c) (1 punto) Encontrar un punto P del eje OX , de modo que el volumen del tetraedro de vértices A , B , C y P sea igual a 1.

Problema 4 (2,5 puntos) Una empresa ha llevado a cabo un proceso de selección de personal.

- a) (1,25 puntos) Se sabe que el 40% del total de aspirantes han sido seleccionados en el proceso. Si entre los aspirantes había un grupo de 8 amigos, calcule la probabilidad de que al menos 2 de ellos hayan sido seleccionados.

- b) (1,25 puntos) Las puntuaciones obtenidas por los aspirantes en el proceso de selección siguen una distribución normal, X , de media 5,6 y desviación típica σ . Sabiendo que la probabilidad de obtener una puntuación $X \leq 8,2$ es 0,67, calcule σ .

Examen de Matemáticas II (Julio 2019) Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2,5 puntos)

Dadas la matrices $A = \begin{pmatrix} 1-a & 1 \\ 1 & 1+a \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; se pide:

- a) (1 punto) Calcular para qué valores $a \in \mathbb{R}$ se verifica $A^2 - I = 2A$.
- b) (0,75 puntos) Calcular los números reales a para los que la matriz A admite inversa y calcularla, cuando sea posible, en función del parámetro a .
- c) (0,75 puntos) Calcular, en función de a , el determinante de la matriz $(AA^t)^2$, donde A^t denota la matriz traspuesta de A .

Problema 2 (2,5 puntos) Un brote de una enfermedad se propaga a lo largo de unos días. El número de enfermos t días después de iniciarse el brote viene dado por una función $F(t)$ tal que $F'(t) = t^2(10 - t)$

- a) (1 punto) Sabiendo que inicialmente había 6 personas afectadas, calcule la función $F(t)$.
- b) (1 punto) Calcule cuántos días después de iniciarse el brote se alcanza el número máximo de enfermos y cuál es ese número.
- c) (0,5 puntos) Calcule, usando el teorema de Bolzano, cuántos días dura el brote.

Problema 3 (2,5 puntos) Dados el plano, $\pi : 2x + 3y - z = 4$, y las rectas

$$r : \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + y + z = 2 \end{cases} \quad \text{y } s : (x, y, z) = (1, 2, 3) + \lambda(1, 0, 1), \text{ con } \lambda \in \overline{\mathbb{R}}, \text{ se pide}$$

- a) (1 punto) Calcular el punto simétrico de $P(1, 2, 3)$ respecto de π .
- b) (1 punto) Hallar la ecuación de la recta perpendicular al plano π , que pasa por el punto intersección de las rectas r y s .
- c) (0,5 puntos) Calcular el ángulo que forman entre sí las rectas r y s .

Problema 4 (2,5 puntos) Un concesionario dispone de vehículos de baja y alta gama, siendo los de alta gama $1/3$ de las existencias. Entre los de baja gama, la probabilidad de tener un defecto de fabricación que obligue a revisarlos durante el rodaje es del 1,6 %, mientras que para los de alta gama es del 0,9 %. En un control de calidad preventiva, se elige al azar un vehículo para examinarlo.

- a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que el vehículo elegido resulte defectuoso.
- b) (1,5 puntos) Si se comprueba que el vehículo elegido es defectuoso, calcule la probabilidad de que sea de gama baja.