

## Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)

Abril 2019

---

---

Hay que descartar uno de los ejercicios con valor de dos puntos o dos con valor de un punto.

**Problema 1** (2 puntos) Sean  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  las funciones definidas respectivamente por:

$$f(x) = \frac{|x|}{2} \text{ y } g(x) = \frac{1}{1+x^2},$$

- a) (0,5 puntos) Esboza las gráficas de  $f$  y  $g$  sobre los mismos ejes y calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.
- b) (1,5 puntos) Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de  $f$  y  $g$ .

(Junio 2014 Opción A - Andalucía )

**Problema 2** (2 puntos) Consideremos la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } -2 \leq x \leq -1 \\ \frac{x^2-3}{2} & \text{si } -1 < x \leq 0 \end{cases}$$

- a) (1 punto) Verifica que  $f(x)$  es continua en el intervalo  $[-2, 0]$  y derivable en el intervalo  $(-2, 0)$
- b) (0,25 puntos) ¿Qué dice el teorema del valor medio al respecto?
- c) (0,25 puntos) Aplicar el teorema del valor medio al intervalo  $[-2, 0]$
- d) (0,5 puntos) Estudiar si la función es creciente o decreciente en los intervalos  $(-2, -1)$  y  $(-1, 0)$ .

(Junio 2014 Opción B - Islas Baleares)

**Problema 3** (2 puntos)

- a) (1 punto) Usando el cambio de variable  $t = \ln(x)$ , determine el valor de la integral:

$$\int \frac{1 + 3 \ln(x) + (\ln x)^3}{x[1 - (\ln x)^2]} dx$$

- b) (1 punto) Determine el límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x) \left( \frac{1}{\sin x} \right)^2$$

(Junio 2014 Opción A - Aragón)

**Problema 4** (2 puntos)

- a) (0,5 punto) Enuncie el teorema de Bolzano.
- b) (0,75 puntos) Aplique el teorema de Bolzano para probar que la ecuación  $\cos x = x^2 - 1$  tiene soluciones positivas.
- c) (0,75 puntos) ¿Tiene la ecuación  $\cos x = x^2 - 1$  alguna solución negativa? Razone la respuesta.

(Junio 2014 Opción B - Extremadura)

**Problema 5** (2 puntos) Un agricultor hace un estudio para plantar árboles en una finca. Sabe que si planta 24 árboles la producción media de cada uno de ellos será de 600 frutos. Estima que por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos.

- a) (1,5 puntos) ¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para que la producción sea máxima?
- b) (0,5 puntos) ¿Cuál es esa producción?

(Junio 2014 Opción B - Asturias)

**Problema 6** (1 punto) Se desea construir un depósito en forma de cilindro recto, con base circular y sin tapadera, que tenga una capacidad de  $125 m^3$ . Halla el radio de la base y la altura que debe tener el depósito para que la superficie sea mínima.

(Junio 2014 Opción B - Andalucía)

**Problema 7** (1 punto) Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = x \ln(x + 1)$  para  $x > -1$  ( $\ln$  denota el logaritmo neperiano). Determina la primitiva de  $f$  cuya gráfica pasa por el punto  $(1, 0)$ .

(Junio 2014 Opción B - Andalucía)