

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Abril 2018

Problema 1 (2.5 puntos) De los sucesos aleatorios independientes A y B se sabe que $P(A) = 0,3$ y que $P(\overline{B}) = 0,25$. Calcule las siguientes probabilidades:

a) (0.75 puntos) $P(A \cup B)$.

b) (0.75 puntos) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

c) (1 punto) $P(A|\overline{B})$.

Solución:

a) A y B independientes $\implies P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,75 = 0,225$.
($P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0,25 = 0,75$)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,75 - 0,225 = 0,825$$

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,825 = 0,175$

c) $P(A|\overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(\overline{B})} = \frac{0,3 - 0,225}{0,25} = 0,3$

Problema 2 (2.5 puntos) El 55 % de los alumnos de un centro docente utiliza en su desplazamiento transporte público, el 30 % usa vehículo propio y el resto va andando. El 65 % de los que utilizan transporte público son mujeres, el 70 % de los que usan vehículo propio son hombres y el 52 % de los que van andando son mujeres.

a) (1.5 puntos) Elegido al azar un alumno de ese centro, calcule la probabilidad de que sea hombre.

b) (1 punto) Elegido al azar un hombre, alumno de ese centro, ¿cuál es la probabilidad de que vaya andando?

Solución:

a)

$$P(H) = 0,55 \cdot 0,35 + 0,3 \cdot 0,7 + 0,15 \cdot 0,48 = 0,4745$$

b)

$$P(A|H) = \frac{P(H|A)P(A)}{P(H)} = \frac{0,48 \cdot 0,15}{0,4745} = 0,1517$$

Problema 3 (2.5 puntos) El tiempo que los españoles dedican a ver la televisión los domingos es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de media desconocida y desviación típica 75 minutos. Elegida una muestra aleatoria de españoles se ha obtenido, para la media de esa distribución, el intervalo de confianza (188,18; 208,82), con un nivel del 99 %.

- a) (1.5 puntos) Calcule la media muestral y el tamaño de la muestra.
- b) (1 punto) Calcule el error máximo permitido si se hubiese utilizado una muestra de tamaño 500 y un nivel de confianza del 96 %.

Solución:

$$\begin{aligned} \text{a) } z_{\alpha/2} &= 2,575 \text{ y } \bar{X} = \frac{188,18 + 208,82}{2} = 198,49 \\ E &= \frac{208,82 - 188,18}{2} = 10,35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2,575 \frac{75}{\sqrt{n}} = 10,35 \implies n \geq 348,17 \\ n &= 349 \end{aligned}$$

- b) $n = 500$ y $z_{\alpha/2} = 2,055$:

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2,055 \frac{75}{\sqrt{500}} = 6,893$$

Problema 4 (2.5 puntos) Se quiere estimar la proporción de hembras entre los peces de una piscifactoría; para ello se ha tomado una muestra aleatoria de 500 peces, y en ella hay 175 hembras.

- a) (1.5 puntos) Calcule un intervalo de confianza para la proporción de hembras en esta población de peces, con un nivel de confianza del 94 %.
- b) (1 punto) A la vista del resultado del muestreo se quiere repetir la experiencia para conseguir un intervalo de confianza con el mismo nivel y un error máximo de 0.02, ¿cuál es el tamaño mínimo que debe tener la nueva muestra?

Solución:

- a) $p_r = 0,35$, $z_{\alpha/2} = 1,885$

$$E = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_r \cdot q_r}{n}} = 1,885 \sqrt{\frac{0,35 \cdot 0,65}{500}} = 0,04$$

$$IC = (p_r - E, p_r + E) = (0,31; 0,39)$$

Entre el 31 % y el 39 %

b)

$$E = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_r \cdot q_r}{n}} = 1,885 \sqrt{\frac{0,35 \cdot 0,65}{n}} = 0,02 \implies$$

$$n \geq \left(\frac{1,885}{0,02} \right)^2 \cdot 0,35 \cdot 0,65 = 2020,89 \implies n = 2021$$