

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)
Diciembre 2017

Problema 1 (2,5 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 2y - 3z = 3 \\ 3x + ay - 2z = 5 \end{cases}$$

1. Discútase el sistema para los diferentes valores del a .
2. Resuélvase el sistema en el caso $a = 2$.

Modelo 2015 opción B (Comunidad de Madrid) **Solución:**

1.

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 & 3 \\ 3 & a & -2 & 5 \end{array} \right); \quad |A| = a - 3 = 0 \implies a = 3$$

- Si $a \neq 3 \implies |A| \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 3 = \text{Rango}(\bar{A}) = n^\circ$ de incógnitas y el sistema es compatible determinado. (Solución única)
- Si $a = 3$:

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 & 3 \\ 3 & 3 & -2 & 5 \end{array} \right); \quad |A| = 0 \text{ y } \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 2$$

como $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 3 \\ 3 & -2 & 5 \end{vmatrix} = -3 \neq 0 \implies \text{Rango}(\bar{A}) = 3 \implies$ el sistema es incompatible (no tiene solución).

2. Si $a = 2$:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 2y - 3z = 3 \\ 3x + 2y - 2z = 5 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \\ z = -1 \end{cases}$$

Problema 2 (2,5 puntos) Se considera la región del plano S definida por:

$$1 \leq x \leq 5; \quad 2 \leq y \leq 6; \quad x - y \geq -4; \quad 3x - y \leq 10.$$

1. Representétese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

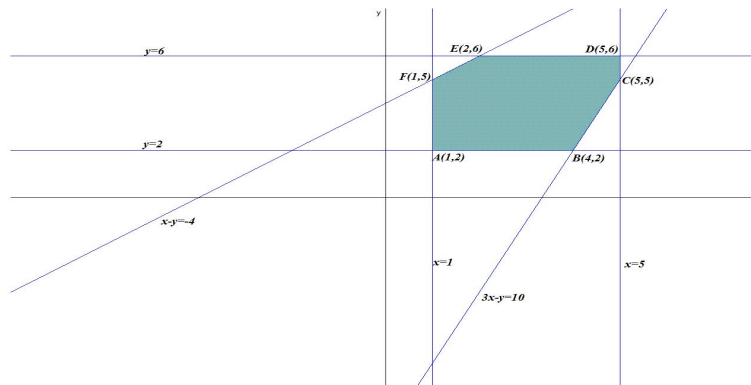
2. Calcúlese los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = -200x + 600y$ en la región S y obténgase los puntos de S donde se alcanzan dichos valores.

Septiembre 2017 opción A (Comunidad de Madrid) **Solución:**

1. Se trata de un problema de programación, hay que optimizar la función objetivo $f(x, y) = -200x + 600y$ calculando su máximo y su mínimo, sujeto a las restricciones (Región factible):

$$S : \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ 2 \leq y \leq 6 \\ x - y \geq -4 \\ 3x - y \leq 10 \end{cases}$$

La región S y los vértices a estudiar serán: $A(1, 2)$, $B(4, 2)$, $C(5, 5)$,



$D(5, 6)$, $E(2, 6)$, $F(1, 5)$:

2.

$$\begin{cases} f(1, 2) = 1000 \\ f(4, 2) = 400 \text{ Mínimo} \\ f(5, 5) = 2000 \\ f(5, 6) = 2600 \\ f(2, 6) = 3200 \text{ Máximo} \\ f(1, 5) = 2800 \end{cases}$$

El mínimo es 400 y se alcanza en el punto $B(4, 2)$ y el máximo es de 3200 y se alcanza en el punto $E(2, 6)$.