

Examen de Matemáticas II-Coincidente (Junio 2018)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2,5 puntos) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 & -2/3 \\ -2/3 & 1/3 & -2/3 \\ 2/3 & 2/3 & -1/3 \end{pmatrix}$, y $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ se pide:

a) (0,5 puntos) Calcular $A^t A$ y AA^t , donde A^t denota la matriz traspuesta de A .

b) (1,25 puntos) Hallar A^{-1} y resolver el sistema lineal $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

c) (0,75 puntos) Calcular C^2 , donde $C = ABA^t$.

Problema 2 (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = 3x^2 e^{-x}$, se pide:

a) (1 punto) Hallar los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

b) (0,75 puntos) Calcular $\int_0^1 \frac{f(x)}{x} dx$.

c) (0,75 puntos) Calcular los límites: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Problema 3 (2,5 puntos) Se consideran los puntos $P(1, 1, 1)$, $Q(1, 0, 1)$, $R(0, 0, 1)$ y la recta r que pasa por los puntos $A(0, 0, -1)$ y $B(0, 1, 0)$. Se pide:

a) (1 punto) Encontrar el punto de intersección de r con el plano que contiene a P , Q y R .

b) (0,75 puntos) Hallar un punto T de r , tal que los vectores $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PT}$ sean linealmente dependientes.

c) (0,75 puntos) Calcular el volumen del tetraedro cuyos vértices son $O(0; 0; 0)$ y los puntos P , Q , R .

Problema 4 (2,5 puntos) La directiva de un club de cine ha hecho un estudio sobre los gustos cinematográficos de sus socios. De los 300 socios del club, hay 150 a los que les gustan las películas de acción, 135 a los que les gustan las películas de suspense y 75 a los que no les gustan ninguno de esos géneros cinematográficos. Si se elige un socio cualquiera, calcular las probabilidades de que:

- a) (0,25 puntos) No le gusten las películas de acción.
- b) (0,75 puntos) Le guste al menos uno de los dos géneros mencionados.
- c) (0,75 puntos) Le guste el cine de acción y el de suspense.
- d) (0,75 puntos) Le gusten las películas de acción, pero no las de suspense.

Examen de Matemáticas II-Coincidente (Junio 2018) Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2,5 puntos) Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$A = \begin{cases} 10x - 20y - 10z = 8\alpha + 44 \\ 2x - 5y + 3z = 4\alpha + 4 \\ 3x - 7y + 2z = 5\alpha + 9 \end{cases},$$

se pide:

- a) (2 puntos) Discutir el sistema en función de los valores del parámetro real α .
- b) (0,5 puntos) Resolver el sistema para $\alpha = -3$.

Problema 2 (2,5 puntos) Una firma de alta perfumería pretende sacar al mercado un frasco de un perfume exclusivo que contenga 12 ml de esencia pura más una cantidad variable, x , de alcohol. El precio de la esencia pura es de 48 euros el mililitro. Al añadir alcohol a la esencia, el precio de la mezcla resultante disminuye. Sabiendo que por cada mililitro de alcohol añadido el precio del mililitro de mezcla se reduce 3 euros, se pide:

- a) (0,25 puntos) Determinar el precio del frasco de perfume en el caso $x = 0$ (el frasco sólo contiene los 12 ml de esencia).
- b) (0,5 puntos) Expresar en función de x el precio del frasco que contiene $(12 + x)$ ml de mezcla.
- c) (0,5 puntos) Deducir con qué valor de x el precio de la mezcla se hace cero.

- d) (1,25 puntos) Sin tener en cuenta otros costes, determinar el valor de x para el que se obtiene el frasco de perfume (mezcla) de precio máximo. Indicar en este caso la capacidad del frasco y el precio resultante.

Problema 3 (2,5 puntos) Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 + 2\lambda \\ z = -\lambda \end{cases}$, $s \equiv$

$$\begin{cases} -x + y + 2z + 4 = 0 \\ -x + 2y + 3z + 5 = 0 \end{cases} \text{ y el punto } P(-1, 2, -1), \text{ se pide:}$$

- a) (1 punto) Determinar la posición relativa de las rectas r y s .
- b) (0,75 puntos) Hallar la ecuación implícita del plano que pasa por P y es paralelo a r y a s .
- c) (0,75 puntos) Calcular el área del triángulo que tiene por vértices el origen de coordenadas, el punto P y el punto P' proyección de P sobre el plano $z = 0$.

Problema 4 (2,5 puntos) Sean A y B dos sucesos independientes de un experimento aleatorio, cuyas probabilidades son $P(A) = 0,6$ y $P(B) = 0,2$. Calcule las siguientes probabilidades:

$$P(A \cup B), \quad P(\bar{A} \cup \bar{B}), \quad P(\bar{A} \cap \bar{B}), \quad P(\bar{A} \cap B), \quad P(\bar{A}|B)$$

Nota: $\bar{S}$ denota el suceso complementario de S .