Examen de Matemáticas II (Extraordinaria 2018)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(2,5 puntos)* Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 14 & 0 & 10 \\ 0 & 7 & 5 \\ 3 & 4 & 5\alpha \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 37/2 \\ 11 \end{pmatrix}$ se pide:

a) (1,25 puntos) Discutir el rango de la matriz A, en función de los valores del parámetro α.

b) (0,75 puntos) Para $\alpha = 0$, calcular, si es posible, A^{-1}.

c) (0,5 puntos) Resolver, si es posible, el sistema $AX = B$, en el caso $\alpha = 1$.

Problema 2 *(2,5 puntos)* Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 8e^{2x-4} & \text{si} \quad x \le 2 \\ \frac{x^3-4x}{x-2} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

se pide:

a) (0,75 puntos) Estudiar la continuidad de f en $x = 2$.

b) (1 punto) Calcular las asíntotas horizontales de $f(x)$. ¿Hay alguna asíntota vertical?

c) (0,75 puntos) Calcular $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx$.

Problema 3 *(2,5 puntos)* Se consideran los vectores $\overrightarrow{u} = (-1, 2, 3)$, $\overrightarrow{v} = (2, 0, -1)$ y el punto $A(-4, 4, 7)$. Se pide:

a) (1 punto) Determinar un vector $\overrightarrow{w_1}$ que sea ortogonal a $\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$, unitario y con tercera coordenada negativa.

b) (0,75 puntos) Hallar un vector no nulo $\overrightarrow{w_2}$ que sea combinación lineal de $\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$ y ortogonal a $\overrightarrow{v}$.

c) (0,75 puntos) Determinar los vértices del paralelogramo cuyos lados tienen las direcciones de los vectores $\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$ y una de sus diagonales es el segmento $\overrightarrow{OA}$.

Problema 4 *(2,5 puntos)* Según los datos de la Fundación para la Diabetes, el 13,8 % de los españoles mayores de 18 años tiene diabetes, aunque el 43 % de ellos no sabe que la tiene. Se elige al azar un español mayor de 18 años.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que sea diabético y lo sepa?, ¿cuál la de que no sea diabético o no sepa que lo es?

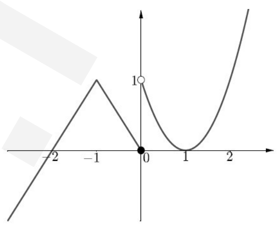
b) (1,5 puntos) Cierto test diagnostica correctamente el 96 % de los casos positivos de diabetes, pero da un 2 % de falsos positivos. Si un español mayor de 18 años da positivo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que realmente sea diabético?

Examen de Matemáticas II (Extraordinaria 2018) Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(2,5 puntos)* Un grupo de estudiantes ha realizado un viaje por tres países (Francia, Alemania y Suiza). En los hoteles cada estudiante ha pagado: 20 euros diarios en Francia, 25 euros diarios en Alemania y 30 euros diarios en Suiza. En comidas cada uno ha gastado: 20 euros diarios en Francia, 15 euros diarios en Alemania y 25 euros diarios en Suiza. Además, el transportista les ha cobrado 8 euros diarios a cada uno. Sabiendo que el gasto total del viaje ha sido 765 euros por persona, que ha durado 15 días y que han estado en Francia el doble de días que en Suiza, obtenga el número de días que han estado en cada uno de los tres países.

Problema 2 *(2,5 puntos)* El dibujo adjunto muestra la gráfica de una función $y = f(x)$. Usando la información de la figura, se pide:



a) (0,5 puntos) Indicar los valores de $f(-1)$ y $f'(1)$.

b) (1 punto) Justificar, usando límites laterales, si f es continua en los puntos $x = -1$ y $x = 0$.

c) (0,5 puntos) Indicar razonadamente si f es derivable en los puntos $x = -1$ y $x = 0$.

d) (0,5 puntos) Determinar el valor de $\displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)\,dx$

Problema 3 *(2,5 puntos)* Dados el punto $P(0,-1,1)$ y la recta r, que pasa por el punto $Q(1,0,1)$ y tiene como vector director $\overrightarrow{v}=(0,1,2)$, se pide:

a) (0,5 puntos) Hallar la ecuación implícita del plano que contiene a r y pasa por P.

b) (0,5 puntos) Encontrar el punto S contenido en r tal que el vector $\overrightarrow{SP}$ sea perpendicular a la recta r.

c) (1,5 punto) Hallar el área del triángulo cuyos vértices son el punto P y dos puntos T_1, T_2, contenidos en la recta r, que están a distancia $\sqrt{5}$ de P.

Problema 4 *(2,5 puntos)* La variable aleatoria X sigue una distribución normal de media $\mu=8,5$ y desviación típica $\sigma=2,5$. Se pide:

a) (1,25 puntos) Calcular el valor a tal que $P(X\leq a)=0,05$.

b) (1,25 puntos) Calcular la probabilidad de que la variable tome un valor comprendido entre 8 y 9,3.