

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)
Abril 2018

Problema 1 (3 puntos) Dadas las funciones $f(x) = \frac{2}{x}$ y $g(x) = \sin x$, se pide:

- a) (1 punto). Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \left(f(x) - \frac{2}{g(x)} \right)$.
- b) (0,75 puntos). Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$.
- c) (1,25 puntos). Calcular el área delimitada por la curva $y = f(x)$ y la recta $y = -x + 3$.

Problema 2 (3 puntos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{5+x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

se pide:

- a) (1 punto). Estudiar la continuidad de f y determinar sus asíntotas.
- b) (1 punto). Estudiar la derivabilidad de f y calcular $f'(x)$ donde sea posible.
- c) (1 punto). Calcular $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

Problema 3 (2 puntos)

- a) (0,5 puntos). Estudiar el crecimiento de la función $f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3$.
- b) (1,5 puntos). Demostrar que la ecuación $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 = 0$ tiene una única solución real y localizar un intervalo de longitud 1 que la contenga.

Problema 4 (2 puntos)

- a) (2 punto). Determinar los valores a, b, c para que la función $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x = 0 \\ ax - b & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ x^2 + bx + c & \text{si } 1 < x \leq 2 \end{cases}$ sea continua en el intervalo $[0, 2]$ y derivable en $(0, 2)$.

- b) (1 punto). Aplicar, si es posible, el Teorema del Valor Medio a la función $g(x) = x^2 + x$ en el intervalo $[1, 2]$ y calcular, en tal caso, un punto de dicho intervalo en el que $g'(x)$ tome el valor predicho por el Teorema del Valor Medio.

Problema 5 (2 puntos) Los estudiantes de un centro docente han organizado una rifa benéfica, con la que pretenden recaudar fondos para una ONG. Han decidido sortear un ordenador portátil, que les cuesta 600 euros. Quieren fijar el precio de la papeleta, de modo que la recaudación sea máxima. Saben que si el precio de cada una es 2 euros, venderían 5000 papeletas, pero que, por cada euro de incremento en dicho precio, venderán 500 papeletas menos. ¿A qué precio deben vender la papeleta? Si el único gasto que tienen es la compra del ordenador, ¿cuánto dinero podrán donar a la ONG?

Problema 6 (2 puntos) Se dispone de una plancha de cartón cuadrada cuyo lado mide 1,2 metros. Determinéense las dimensiones de la caja (sin tapa) de volumen máximo que se puede construir, recortando un cuadrado igual a cada esquina de la plancha y doblando adecuadamente para unir las aristas resultantes de los cortes.

