Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Diciembre 2016

Problema 1 *(2,5 puntos)* Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real m:

$$\begin{cases} ax + 2y + z = 2 \\ 2x + 4y = 1 \\ x + 2y + 3z = 5 \end{cases}$$

1. Discútase el sistema según los diferentes valores de $a \in R$.

2. Resuélvase el sistema en el caso $a = 2$.

Solución:

1.
$$\overline{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} a & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \end{array} \right); \quad |A| = 12a - 12 = 0 \Longrightarrow a = 1$$

- Si $a \neq 1 \Longrightarrow |A| \neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(A) = 3 = \text{Rango}(\overline{A}) =$ nº de incógnitas y el sistema es compatible determinado. (Solución única)
- Si $a = 1$:

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \end{array} \right); \quad |A| = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(A) = 2$$

Como $|C_1, C_2, C_3| = |C_1, C_2, C_4| = |C_1, C_3, C_4| = |C_2, C_3, C_4| = 0 \Longrightarrow \text{Rango}(\overline{A}) = 2$. Como $\text{Rango}(A) = 2 = \text{Rango}(\overline{A}) <$ nº de incógnitas el sistema es compatible indeterminado (infinitas soluciones).
Se puede comprobar que $F_3 = 3F_1 - F_2$.

2. Si $a = 2$:

$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 2 \\ 2x + 4y = 1 \\ x + 2y + 3z = 5 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1/4 \\ z = 3/2 \end{cases}$$

Problema 2 *(2,5 puntos)* Sea C la región del plano delimitada por el sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} 2x - y \geq 1 \\ x + y \geq 5 \\ 7x + y \leq 35 \end{cases}$$

1. Represéntese la región C y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

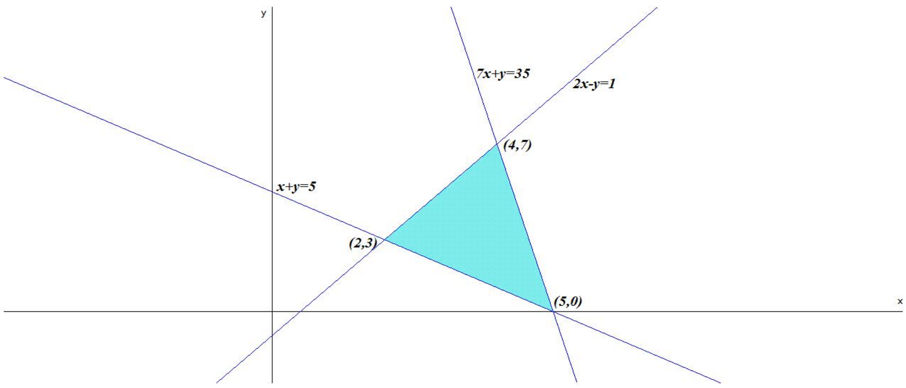
2. Calcúlense los valores máximo y mínimo absolutos de la función $f(x,y) = 3x - 2y$ sobre la región C, determinando los puntos donde se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

(Junio 2013 - Opción A) Madrid-coincidente

Solución:

1.

$$\begin{cases} 2x - y \geq 1 \\ x + y \geq 5 \\ 7x + y \leq 35 \end{cases}$$



2.

$$\begin{cases} f(2,3) = 0 \\ f(5,0) = 15 \text{ Máximo} \\ f(4,7) = -2 \text{ Mínimo} \end{cases}$$

El máximo se encuentra en el punto (5,0) y vale 15. El mínimo se encuentra en el punto (4,7) y vale -2.