Examen de Matemáticas II (Junio 2012)
Simulacro de Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} k & k & k^2 \\ 1 & -1 & k \\ 2k & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

se pide:

a) (1,5 puntos) Hallar el rango de A en función de los valores de k.

b) (0,75 puntos) Para $k = 2$, hallar, si existe, la solución del sistema $AX = B$.

c) (0,75 puntos) Para $k = 1$, hallar, si existe, la solución del sistema $AX = C$.

Problema 2 *(3 puntos)* Dados los puntos $P_1(1, 3, -1)$, $P_2(a, 2, 0)$, $P_3(1, 5, 4)$ y $P_4(2, 0, 2)$, se pide:

a) (1 punto). Hallar el valor de a para que los cuatro puntos estén en el mismo plano.

b) (1 punto). Hallar los valores de a para que el tetraedro con vértices en P_1, P_2, P_3, P_4 tenga volumen igual a 7.

c) (1 punto). Hallar la ecuación del plano cuyos puntos equidistan de P_1 y de P_3.

Problema 3 *(2 puntos)* Hallar a, b, c de modo que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ alcance en $x = 1$ un máximo relativo de valor 2, y tenga en $x = 3$ un punto de inflexión.

Problema 4 *(2 puntos)* Calcular razonadamente las siguientes integrales definidas:

- (1 punto). $\displaystyle\int_0^{\pi} e^{2x} \cos x \, dx$
- (1 punto). $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 2x} \, dx$

Examen de Matemáticas II (Junio 2012)
Simulacro de Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dadas las funciones

$$f(x) = \frac{3x + \ln(x+1)}{\sqrt{x^2 - 3}}, \;\; g(x) = (lnx)^x, \;\; h(x) = sen(\pi - x)$$

se pide:

a) (1 punto). Hallar el dominio de $f(x)$ y el $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} f(x)$.

b) (1 punto). Calcular $g'(e)$.

c) (1 punto). Calcular, en el intervalo $(0, 2\pi)$, las coordenadas de los puntos de corte con el eje de abscisas y las coordenadas de los extremos relativos de $h(x)$.

Problema 2 *(3 puntos)* Dadas las rectas

$$r_1 \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z}{2}, \quad r_2 \equiv \left\{ \begin{array}{c} x = -1 - \lambda \\ y = 3 + \lambda \\ z = 5 \end{array} \right.$$

se pide:

a) (1 punto). Estudiar su posición relativa.

b) (2 puntos). Hallar la mínima distancia de r_1 a r_2.

Problema 3 *(3 puntos)* Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & -2 \\ -2 & -3 & -7 & -8 \\ 3 & 2-a & 3+a & 3 \end{pmatrix}$$

se pide:

a) (1 punto). Estudiar el rango de la matriz B en función de a.

b) (1 punto). Para $a = 0$, calcular la matriz X que verifica $AX = B$.

Problema 4 *(2 puntos)* Calcular el valor del determinante

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & y & 1 & 1 \\ 1 & 1 & z & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$