Examen de Matemáticas 2º de Bachillerato CN

Noviembre 2016

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} \dfrac{8x^4-3x^2-7x+2}{7x^5-4x-3}$
2. $\lim\limits_{x\longrightarrow 7} \dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{6x+9}}{x-7}$
3. $\lim\limits_{x\longrightarrow \infty} (\sqrt{3x^2+5}-\sqrt{3x^2-2x+8})$
4. Calcular n sabiendo que $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{x^2-5x+1}{x^2-3}\right)^{7nx}=5$
5. $\lim\limits_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\ln(\sin x+1)}{\ln(1-\sin x)}$
6. $\lim\limits_{x\longrightarrow 0} \dfrac{e^x-x^2+\arctan x-1}{2e^x+x-2}$

Solución:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} \dfrac{8x^4-3x^2-7x+2}{7x^5-4x-3}=\dfrac{19}{31}$
2. $\lim\limits_{x\longrightarrow 7} \dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{6x+9}}{x-7}=\dfrac{4\sqrt{51}}{51}$
3. $\lim\limits_{x\longrightarrow \infty} (\sqrt{3x^2+5}-\sqrt{3x^2-2x+8})=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
4. Calcular n sabiendo que
$$\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{x^2-5x+1}{x^2-3}\right)^{7nx}=5\Longrightarrow n=-\frac{\ln 5}{35}$$
5. $\lim\limits_{x\longrightarrow 0} \dfrac{\ln(\sin x+1)}{\ln(1-\sin x)}=-1$
6. $\lim\limits_{x\longrightarrow 0} \dfrac{e^x-x^2+\arctan x-1}{2e^x+x-2}=\dfrac{2}{3}$

Problema 2 Calcular las rectas tangente y normal en los sigientes casos:

1. a la función $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x+5}$ en el punto de abcisa $x=2$.

2. a la función $f(x) = 2x^3e^{x-1}$ en el punto de abcisa $x = 1$.

3. En este caso sólo la recta o rectas tangentes la función $f(x) = \dfrac{x^2+2}{x-5}$ sabiendo que ésta o éstas son paralelas a la recta $y = -2x - 11$.

Solución:

1. $f(2) = \dfrac{3}{7}$, $f'(x) = \dfrac{x^2+10x-6}{(x+5)^2} \Longrightarrow m = f'(2) = \dfrac{18}{49}$:

$$\text{Recta tangente} : y - \frac{3}{7} = \frac{18}{49}(x-2)$$

$$\text{Recta normal} : y - \frac{3}{7} = -\frac{49}{18}(x-2)$$

2. $f(1) = 2$, $f'(x) = 2x^2e^{x-1}(x+3) \Longrightarrow m = f'(1) = 8$:

$$\text{Recta tangente} : y - 2 = 8(x-1)$$

$$\text{Recta normal} : y - 2 = -\frac{1}{8}(x-1)$$

3. $m = f'(a) = -2$:

$$f'(x) = \frac{x^2+10x-2}{(x-5)^2} \Longrightarrow m = f'(a) = \frac{a^2+10a-2}{(a-5)^2} = -2 \Longrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 8 \Longrightarrow b = f(8) = 22 \Longrightarrow y - 22 = -2(x-8) \\ a = 2 \Longrightarrow b = f(2) = -2 \Longrightarrow y + 2 = -2(x-2) \end{array} \right.$$

Problema 3 Calcular las siguientes integrales

1. Sabiendo que $f'(x) = 3x^2 + 4e^x$ encontrar la función primitiva que pasa por el punto $(0, 3)$

2. $\displaystyle\int \left(x^3 - \frac{7}{1+x^2} - 2\cos x\right) dx$

3. $\displaystyle\int \left(\frac{7x^3 - 3\sqrt[5]{x^3} + 5x}{x^2}\right) dx$

4. $\displaystyle\int 3x(x^2+8)^{11}\, dx$

5. $\displaystyle\int \frac{7x}{2x^2-8}\, dx$

6. $\displaystyle\int 7x^2e^{x^3-1}\, dx$

Solución:

1. $f(x) = x^3 + 4e^x + C$ como $f(0) = 3 \Longrightarrow 4 + C = 3 \Longrightarrow C = -1$ luego $f(x) = x^3 + 4e^x - 1$.

2. $\displaystyle\int \left(x^3 - \frac{7}{1+x^2} - 2\cos x\right) dx = \frac{x^4}{4} - 7\arctan x - 2\sin x + C$

3. $\displaystyle\int \left(\frac{7x^3 - 3\sqrt[5]{x^3} + 5x}{x^2}\right) dx = \frac{7x^2}{2} + \frac{15x^{-2/5}}{2} + 5\ln|x| + C$

4. $\displaystyle\int 3x(x^2+8)^{11}\, dx = \frac{(x^2+8)^{12}}{8} + C$

5. $\displaystyle\int \frac{7x}{2x^2-8}\, dx = \frac{7}{4}\ln(2x^2-8) + C$

6. $\displaystyle\int 7x^2 e^{x^3-1}\, dx = \frac{7}{3}e^{x^3-1}$