

**Examen de Matemáticas Aplicadas a las  
CC. Sociales II (Septiembre 2016)  
Selectividad-Opción A  
Tiempo: 90 minutos**

---

---

**Problema 1** (2 puntos) Se considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} k & -1 & 0 \\ -7 & k & k \\ -1 & -1 & k \end{pmatrix}$

- a) Estudíese para qué valores del parámetro real  $k$  la matriz  $A$  tiene inversa.
- b) Determínese, para  $k = 1$ , la matriz  $X$  tal que  $XA = Id$ .  
Nota:  $Id$  denota la matriz identidad de tamaño  $3 \times 3$ .

**Problema 2** (2 puntos) Sea  $S$  la región del plano definida por:

$$2x - y > 1; \quad 2x - 3y < 6; \quad x + 2y > 3; \quad x + y < 8; \quad y < 3$$

- a) Representétese la región  $S$  y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
- b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función  $f(x, y) = 2x + y$  en la región  $S$  indicando los puntos de  $S$  en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

**Problema 3** (2 puntos) Dada la función real de variable real definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 1 \\ \frac{ax + b}{x} & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ \sqrt{x^3 + 1} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- a) Determínense los valores que deben tomar los parámetros  $a$  y  $b$  para que  $f(x)$  sea continua en  $x = 1$  y  $x = 2$ .
- b) Calcúlese, para  $a = 4$  y  $b = -2$ , el área del recinto acotado por la gráfica de  $f(x)$ , el eje de abscisas y las rectas  $x = 1$  y  $x = 2$ .

**Problema 4** (2 puntos) Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de un experimento aleatorio tales que  $P(A) = 3/4$ ,  $P(A|B) = 3/4$  y  $P(B|A) = 1/4$ .

- a) Demuéstrase que  $A$  y  $B$  son sucesos independientes pero no incompatibles.
- b) Calcúlese  $P(\bar{A}|\bar{B})$ .  
Nota:  $\bar{S}$  denota el suceso complementario del suceso  $S$ .

**Problema 5** (2 puntos) El tiempo, en minutos, que los empleados de unos grandes almacenes tardan en llegar a su casa se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida  $\mu$  y desviación típica  $\sigma = 5$ .

- Se toma una muestra aleatoria simple de 64 empleados y su media muestral es  $\bar{X} = 30$  minutos. Determínese un intervalo de confianza al 95 % para  $\mu$ .
- ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria simple para que el correspondiente intervalo de confianza para  $\mu$  al 99 % tenga una amplitud a lo sumo de 10 minutos?

**Examen de Matemáticas Aplicadas a las  
CC. Sociales II (Septiembre 2016)  
Selectividad-Opción B**

**Tiempo: 90 minutos**

---

---

**Problema 1** (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones dependientes del parámetro real  $a$ :

$$\begin{cases} (a-1)x + y + z = 1 \\ x + (a-1)y + (a-1)z = 1 \\ x + az = 1 \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los valores del  $a$ .
- Resuélvase el sistema para  $a = 3$ .

**Problema 2** (2 puntos) Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 3x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- Estudíese la continuidad y derivabilidad de la función.
- Determínense los valores de  $a \in \mathbb{R}$  para los cuales la pendiente de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = a$  es  $m = -2$ . Calcúlese, para cada valor de  $a$  obtenido, la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = a$ .

**Problema 3** (2 puntos) Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 9}$$

- a) Calcúlense sus asíntotas.
- b) Determinéense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

**Problema 4** (2 puntos) Para efectuar cierto diagnóstico, un hospital dispone de dos escáneres, a los que denotamos como  $A$  y  $B$ . El 65% de las pruebas de diagnóstico que se llevan a cabo en ese hospital se realizan usando el escáner  $A$ , el resto con el  $B$ . Se sabe además que el diagnóstico efectuado usando el escáner  $A$  es erróneo en un 5% de los casos, mientras que el diagnóstico efectuado usando el escáner  $B$  es erróneo en un 8% de los casos. Calcúlese la probabilidad de que:

- a) El diagnóstico de esa prueba efectuado a un paciente en ese hospital sea erróneo.
- b) El diagnóstico se haya efectuado usando el escáner  $A$ , sabiendo que ha resultado erróneo.

**Problema 5** (2 puntos) El tiempo, en meses, que una persona es socia de un club deportivo, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida  $\mu$  y desviación típica  $\sigma = 9$ .

- a) Se toma una muestra aleatoria simple de 100 personas que han sido socias de ese club y se obtuvo una estancia media de  $\bar{X} = 81$  meses. Determinéense un intervalo de confianza al 90% para  $\mu$ .
- b) Sabiendo que para una muestra aleatoria simple de 144 personas se ha obtenido un intervalo de confianza (7'766; 10'233) para  $\mu$ , determinéense el nivel de confianza con el que se obtuvo dicho intervalo.