

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Abril 2016

Problema 1 (2 puntos) Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, tales que $P(A) = P(A|B) = 0,25$ y $P(B|A) = 0,5$. Calcúlese:

- a) Estúdiese si los sucesos son independientes
- b) $P(A \cup B)$

Solución:

- a) $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \implies P(B \cap A) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,5 \cdot 0,25 = 0,125$
 $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \implies P(B) = \frac{0,125}{0,25} = 0,5$
 $P(A) \cdot P(B) = 0,25 \cdot 0,5 = 0,125$ luego los sucesos son independientes.
- b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,25 + 0,5 - 0,125 = 0,625$

Problema 2 (2 puntos) La capacidad vital forzada es una medida para calcular el volumen de los pulmones de las personas adultas que se puede aproximar por una variable aleatoria X con una distribución normal de media desconocida μ y desviación típica 1 litro.

- a) Se tomo una muestra aleatoria simple de 144 personas adultas que dieron una media de capacidad vital forzada de 4 litros. Determinése un intervalo de confianza al 95 % para μ .
- b) ¿Cuál es el error máximo cometido en la estimación de μ por la media muestral obtenido a partir de una muestra de tamaño 81, con un nivel de confianza del 99 %?

Solución:

$$N(\mu; 1)$$

- a) $n = 144$, $\bar{x} = 4$, $\sigma = 1$ y $z_{\alpha/2} = 1,96$

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \frac{1}{\sqrt{144}} = 0,16$$

$$IC = (\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (3,84, 4,16)$$

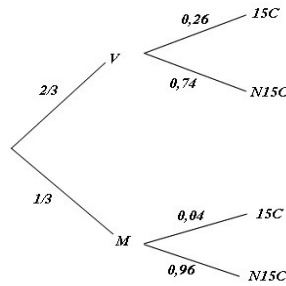
- b) Tenemos $n = 81$ y $z_{\alpha/2} = 2,575$:

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2,575 \frac{1}{\sqrt{81}} = 0,286$$

Problema 3 (2 puntos) Se ha cometido un delito. La probabilidad de que lo haya cometido un varón es el doble de la de que lo haya cometido una mujer. Por otra parte, la probabilidad de que al examinar un área determinada de la huella dactilar de un varón se encuentren 15 crestas es 0,26, mientras que en una mujer es 0,04.

- Calcúlese la probabilidad de que una huella encontrada en la escena del delito tenga 15 crestas en el recuento de dicha área.
- Se ha encontrado en la escena del delito una huella dactilar con 15 crestas en esa área determinada. ¿Cuál es la probabilidad de que dicha huella pertenezca a un varón?

Solución:



a)

$$P(15C) = P(15C|V)P(V) + P(15C|M)P(M) = \frac{2}{3} \cdot 0,26 + \frac{1}{3} \cdot 0,04 = 0,187$$

b)

$$P(V|15C) = \frac{P(15C|V)P(V)}{P(15C)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0,26}{0,187} = 0,927$$

Problema 4 (2 puntos) El peso en kilogramos de la cabeza humana en adultos se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica 0,75 kilogramos.

- Una muestra aleatoria simple de 16 individuos a los que se les ha realizado una densitometría, prueba diagnóstica que permite medir el peso de la cabeza, proporcionó una media muestral de 5,137 kilogramos. Determínese un intervalo de confianza al 98 % para μ .
- ¿Cuántas densitometrías como mínimo deben realizarse para que el error máximo cometido en la estimación de μ por la media muestral sea menor que 100 gramos, con el mismo nivel de confianza del 98 % ?

Solución:

a) $n = 16$, $\bar{X} = 5,137$ como $z_{\alpha/2} = 2,325$

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2,325 \frac{0,75}{\sqrt{16}} = 0,436$$

$$IC = (\bar{X} - E, \bar{X} + E) = (4,701, 5,573)$$

b) Tenemos $z_{\alpha/2} = 2,325$ y $E = 0,1$:

$$0,1 = 2,325 \frac{0,75}{\sqrt{n}} \implies n \geq \left(2,325 \frac{0,75}{0,1} \right)^2 = 304,066 \implies n = 305$$

Problema 5 (2 puntos) Las probabilidades de que cinco jugadores de baloncesto encesten un lanzamiento de tiro libre son, respectivamente, de 0,8; 0,9; 0,7; 0,9; 0,93. Si cada jugador lanza un tiro libre siguiendo el orden anterior y considerando los resultados de los lanzamientos como sucesos independientes, calcúlese la probabilidad de que:

- a) Todos los jugadores encesten su tiro libre.
- b) Al menos uno de los tres primeros jugadores enceste.

Solución:

a) $P(\text{Todos encestan}) = 0,8 \cdot 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,9 \cdot 0,93 = 0,4218$

b) $P(\text{al menos uno de los tres primeros encesta}) = 1 - P(\text{ninguno de los tres encesta}) = 1 - 0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,3 = 0,994$