

Examen de Matemáticas II (Marzo 2016)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Considere la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a+1 & (a+1)^2 \\ 1 & a-1 & (a-1)^2 \end{pmatrix}$,

para $a \in \mathbb{R}$

- a) Calcular el rango de la matriz M en función de los valores del parámetro a
- b) Discuta y resuelva el sistema de ecuaciones lineales

$$M \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro a .

Problema 2 (2 puntos) Considere el punto $A(1, 2, 3)$

- a) (1 punto). Calcular el punto simétrico de A respecto de la recta de ecuación

$$r : (x, y, z) = (3 + \lambda, 1, 3 - \lambda)$$

- b) (1 punto). Calcular el punto simétrico de A respecto del plano que tiene por ecuación $\pi : x + y + z = 3$

Problema 3 (2 puntos) Sean r y s las rectas de \mathbb{R}^3 de ecuaciones

$$r : \frac{x-2}{3} = y = \frac{z+1}{4} \text{ y } s : (x, y, z) = (1 + 2\alpha, 3 - \alpha, 4 + 3\alpha) \text{ con } \alpha \in \mathbb{R}$$

- a) (1 punto). Comprobar que los puntos medios de los segmentos que tienen un extremo situado sobre la recta r y el otro extremo situado sobre la recta s forman un plano.
- b) (1 punto). Halle la ecuación general (es decir, que tiene la forma $Ax+By+Cz+D=0$) del plano del apartado anterior.

Problema 4 (3 puntos) Resolver:

- a) (0,5 puntos). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x^2}$

- b) (0,5 puntos). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x}$
- c) (1 punto). Calcular el valor de m de tal forma que $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1 - mx)(2x + 3)}{x^2 + 4} = 6$
- d) (1 punto). $\int x^2 \sin 2x \, dx$

Examen de Matemáticas II (Marzo 2016)
Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2 puntos) Considere la función $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 + 2}$. Se pide calcular:

- a) (1 punto). Determine las asíntotas, horizontales, verticales y oblicuas, que tenga la función $f(x)$.
- b) (1 punto). Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$. ¿Tiene la función $f(x)$ algún máximo o mínimo relativo?

Problema 2 (2 puntos) Resolver:

- a) (1 punto). $\int \frac{2x^3 - 3x^2 - 2x - 1}{x^2 - x - 2} \, dx$
- b) (0,5 puntos). $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2x - 1)}{x^2 - \sqrt{x}}$
- c) (0,5 puntos). $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x) \left(\frac{1}{\sin x} \right)^2$

Problema 3 (3 puntos) Se dan el punto $A(-1, 0, 2)$ y las rectas

$$r: \frac{x - 1}{2} = \frac{y}{3} = z - 2 \quad \text{y} \quad s: \begin{cases} x = -1 - 2\lambda \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$$

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) (1 punto). La ecuación del plano π que pasa por el punto A y contiene a r .

- b) (1 punto). La ecuación del plano σ que pasa por A y es perpendicular a la recta s .
- c) (1 punto). Un vector director de la recta l intersección de los planos π y σ y la distancia entre las rectas s y l .

Problema 4 (3 puntos) Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $C = (-1 \ 1 \ 3)$ Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) (1 punto). La matriz inversa A^{-1} de la matriz A .
- b) (1 punto). La matriz X que es solución de la ecuación $AX = BC$.
- c) (1 punto). El determinante de la matriz $2M^3$, siendo M la matriz cuadrada de orden 2 cuyo determinante vale $\frac{1}{2}$.