

**Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)**  
**Mayo 2016**

---

---

**Problema 1** Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} a & \text{si } x < 0 \\ 1 + xe^{-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Se pide:

- a) Determinar el valor de  $a$  para que  $f$  sea continua en  $x = 0$  y estudiar, en este caso, la derivabilidad de  $f$  en  $x = 0$ .
- b) Calcular, en función de  $a$  la integral  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .

**Problema 2** Dada la función  $f(x) = e^{-x} - x$

- a) Determinar el polinomio de segundo grado,  $P(x) = ax^2 + bx + c$ , que verifica simultáneamente las tres condiciones siguientes:  $P(0) = f(0)$ ,  $P'(0) = f'(0)$ ,  $P''(0) = f''(0)$ .
- b) Usar los teoremas de Bolzano y Rolle para demostrar que la ecuación  $f(x) = 0$  tiene una única solución real.

**Problema 3** Dada la función  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ , se pide:

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$  y  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$
- b) Justificar que  $f$  está definida en todo  $x$  del intervalo  $[0, 1]$  y calcular  $\int_0^1 (x - 2)f(x) dx$

**Problema 4** Calcular

- a)  $\int_1^{3/2} \frac{dx}{1 - 4x^2}$
- b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

**Problema 5** Calcular el área encerrada por las gráficas de las funciones  $f(x) = 4x^2 - 11x - 12$  y  $g(x) = x^2 + 7x + 9$ .