

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)
Abril 2016

Problema 1 Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 25 & \text{si } x \leq 1 \\ 5\sqrt{(2+x)^2 + (5-x)^2} & \text{si } 1 < x < 2 \\ \frac{5 \ln(1+x^2)}{\ln 5} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Se pide:

1. Estudiar la continuidad de $f(x)$ en $x = 1$ y en $x = 2$.
2. Estudiar la derivabilidad de $f(x)$ en $x = 1$ y en $x = 2$.

Problema 2 Calcular a y b para que la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} 2ax^2 - bx + 1 & \text{si } x < 1 \\ bx^2 - ax + 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

cumpla las condiciones del teorema del valor medio en el intervalo $[0, 2]$ y encontrar el punto al que hace referencia el teorema.

Problema 3 Dada la función $f(x) = \frac{x^2 + \alpha}{x^2 + 1}$, se pide:

1. Calcular la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en $x = 1$.
2. Hallar el valor de α para el que esta recta tangente es horizontal.
3. Representar gráficamente la función $y = f(x)$ para $\alpha = 2$, estudiando sus asíntotas y su crecimiento y decrecimiento.

Problema 4 Dada la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, se pide:

1. Hallar los valores de a , b y c para que la gráfica de la función tenga un extremo relativo en el punto de abscisa $x = 1$, un punto de inflexión en el de abscisa $x = 2/3$ y corte el eje OY en el punto de ordenada $y = 1$.
2. ¿Es el extremo relativo un máximo o un mínimo?

Problema 5 Dada la función $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$, encontrar el área encerrada por ella, el eje OX y las rectas $x = -1$ y $x = 1$.