Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)
Mayo 2015

Problema 1 *(2 puntos)* Se consideran dos sucesos A y B tales que:

$$P(A) = \frac{1}{3} \quad P(B|A) = \frac{1}{4} \quad P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

Calcúlese razonadamente:

1. $P(A \cap B)$.
2. $P(B)$.
3. $P(\overline{B}|A)$.
4. $P(\overline{A}|\overline{B})$.

Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario del suceso S. $P(S|T)$ denota la probabilidad del suceso S condicionada al suceso T.
(Septiembre 2012 - Opción B)
Solución:

1. $$P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$
2. $$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Longrightarrow P(B) = \frac{1}{4}$$
3. $$P(\overline{B}|A) = \frac{P(\overline{B} \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{3}{4}$$
4. $$P(\overline{B}|\overline{A}) = \frac{P(\overline{B} \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{2}{3}$$

Problema 2 *(2 puntos)* El tiempo de renovación de un teléfono móvil, expresado en años, se puede aproximar mediante una distribución normal con desviación típica 0,4 años.

1. Se toma una muestra aleatoria simple de 400 usuarios y se obtiene una media muestral igual a 1,75 años. Determínese un intervalo de confianza al 95 % para el tiempo medio de renovación de un teléfono móvil.

2. Determínese el tamaño muestral mínimo necesario para que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y la media poblacional sea menor o igual a 0,02 años con un nivel de confianza del 90 % .

(Septiembre 2013 - Opción A)

Solución:

$$N(\mu; 0,4)$$

1. $n = 49,\ \overline{X} = 1,75 \longrightarrow N\left(1,75; \frac{0,4}{7}\right) = N(1,75; 0,057)$

$$NC = 0,95 \Longrightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,0392 \Longrightarrow IC = (\overline{X} - E; \overline{X} + E) = (1,7108; 1,7892)$$

2. $N(\mu, 1{,}4)$, $z_{\alpha/2} = 1{,}96$ y $\overline{X} = 3{,}42$:

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Longrightarrow 0,02 = 1{,}645\frac{0,4}{\sqrt{n}} \Longrightarrow n > 1082,41$$

$$n = 1083$$

Problema 3 *(2 puntos)* Una tienda de trajes de caballero trabaja con tres sastres. Un 5 % de los clientes atendidos por el sastre A no queda satisfecho, tampoco el 8 % de los atendidos por el sastre B ni el 10 % de los atendidos por el sastre C. El 55 % de los arreglos se encargan al satre A, el 30 % al B y el 15 % restante al C. Calcúlese la probabilidad de que:

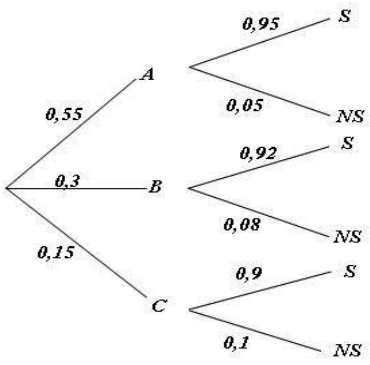
1. Un cliente no quede satisfecho con el arreglo.
2. Si un cliente no ha quedado satisfecho, le haya hecho el arreglo el sastre A

(Junio 2013 - Opción B)
Solución:

1. $P(NS) = 0,55 \cdot 0,05 + 0,3 \cdot 0,08 + 0,15 \cdot 0,1 = 0,0665$
2. $P(A|NS) = \dfrac{P(NS|A)}{P(NS} = \dfrac{0,05 \cdot 0,55}{0,0665} = 0,4135$

Problema 4 *(2 puntos)* El consumo anual de carne en un cierto país se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal con desviación típica 16 kg.

1. Se toma una muestra aleatoria simple de 64 residentes y se obtiene un consumo medio de 42 kg de carne al año. Determínese un intervalo de confianza con un nivel del 90 % para el consumo anual medio de carne en dicho país.



2. ¿Qué tamaño mínimo debería tener la muestra para garantizar, con el mismo nivel de confianza, que el error de la estimación del consumo anual medio sea menor que 1 kg?

(Junio 2012(coincidente) - Opción A)

Solución:

1. Tenemos $n = 64$, $\overline{X} = 42$, $\sigma = 16$ y $z_{\alpha/2} = 1{,}645$

$$IC = \left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (38{,}71; 45{,}29)$$

2. Tenemos $E = 1$, $\sigma = 16$ y $z_{\alpha/2} = 1{,}645$

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Longrightarrow n \geq 692{,}34$$

Luego $n = 693$.

Problema 5 *(2 puntos)* Tres máquinas A, B y C fabrican tornillos del mismo tipo. La probabilidad de que un tornillo fabricado en la máquina A sea defectuoso es 0,01, de que lo sea uno fabricado en B es 0,02 y de que lo sea si ha sido manufacturado en C es 0,03. En una caja se mezclan 120 tornillos: 15 de la máquina A, 30 de la B y 75 de la C.

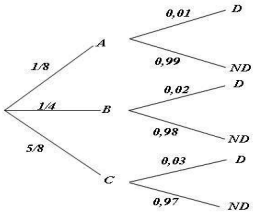
1. Calcúlese la probabilidad de que un tornillo elegido al azar no sea defectuoso.

2. Elegido un tornillo al azar resulta defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina B?

(Modelo 2013 - Opción A)

Solución:

$$P(D|A) = 0,01, \quad P(D|B) = 0,02, \quad P(D|C) = 0,03$$
$$P(A) = \frac{15}{120} = \frac{1}{8}, \quad P(B) = \frac{30}{120} = \frac{1}{4}, \quad P(C) = \frac{75}{120} = \frac{5}{8}$$



1.
$$P(ND) = \frac{1}{8} \cdot 0,99 + \frac{1}{4} \cdot 0,98 + \frac{5}{8} \cdot 0,97 = 0,975$$

2.
$$P(B|D) = \frac{P(D|B)P(B)}{P(D)} = \frac{0{,}02 \cdot 0,25}{1 - 0,975} = 0,2$$