Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Diciembre 2014

Problema 1 *(2 puntos)* Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$\left\{\begin{array}{rrrr} ax- & 2y & = & 2\\ 3x- & y- & z = & -1\\ x+ & 3y+ & z = & 1 \end{array}\right.$$

1. Discútase en función de los valores del parámetro $a \in R$.
2. Resuélvase para $a = 1$.

(Junio 2013 - Opción B)
Solución:

$$\left(\begin{array}{rrr|r} a & -2 & 0 & 2\\ 3 & -1 & -1 & -1\\ 1 & 3 & 1 & 1 \end{array}\right); \ |A| = 2a + 8 = 0 \Longrightarrow a = -4$$

1. Si $a \neq -4 \Longrightarrow |A| \neq 0 \Longrightarrow$ Rango$(A) = 3$ =Rango$(\overline{A})$ = nº de incógnitas $\Longrightarrow$ Sistema compatible determinado (solución única).
2. Si $a = -4$:

$$\left(\begin{array}{rrr|r} -4 & -2 & 0 & 2\\ 3 & -1 & -1 & -1\\ 1 & 3 & 1 & 1 \end{array}\right); \ |A| = 0 \text{ y } \left|\begin{array}{rr} -4 & -2\\ 3 & -1 \end{array}\right| = 10 \neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(A) = 2$$

$$\left|\begin{array}{rrr} -4 & -2 & 2\\ 3 & -1 & -1\\ 1 & 3 & 1 \end{array}\right| = 20 \neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(\overline{A}) = 3$$

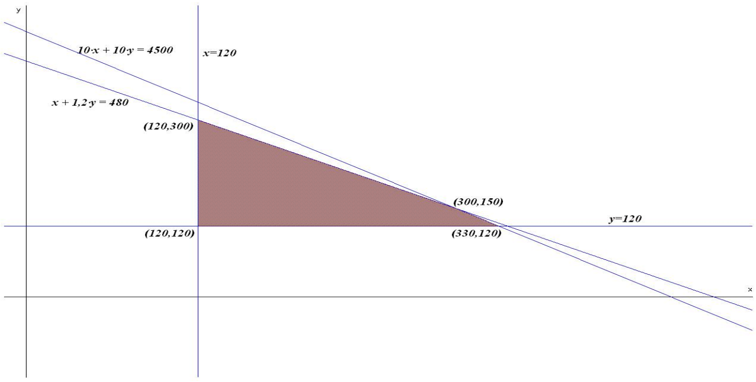
   Como los rangos son distintos el sistema es incompatible (No tiene solución)

3. Si $a = 1$:

$$\left\{\begin{array}{rrrr} ax- & 2y & = & 2\\ 3x- & y- & z = & -1\\ x+ & 3y+ & z = & 1 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 2/5\\ y = -4/5\\ z = 3 \end{array}\right.$$

Problema 2 *(3 puntos)* Un pintor dispone de dos tipos de pintura para realizar su trabajo. El primer tipo de pintura tiene un rendimiento de 3 m^2 por litro, con un coste de 1 euro por litro. El segundo tipo de pintura tiene

un rendimiento de 4 m^2 por litro, con un coste de 1,2 euros por litro. Con ambos tipos de pintura se puede pintar a un ritmo de 1 litro cada 10 minutos. El pintor dispone de un presupuesto de 480 euros y no puede pintar durante más de 75 horas. Además, debe utilizar al menos 120 litros de cada tipo de pintura. Determínese la cantidad de pintura que debe utilizar de cada tipo si su objetivo es pintar la máxima superficie posible. Indíquese cuál es esa superficie máxima.
(Septiembre 2012 - Opción A)
Solución:
LLamamos x al nº de litros de pintura del primer tipo e y al nº de litros de pintura del segundo tipo.



Función objetivo: $z(x, y) = 3x + 4y$ sujeta a:

$$\begin{cases} x + 1,2y \leq 480 \\ 10x + 10y \leq 4500 \\ x, y \geq 120 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z(120, 120) = 840 \\ z(120, 300) = 1560 \\ z(300, 150) = 1500 \\ z(330, 120) = 1470 \end{cases}$$

La cantidad óptima a utilizar sería: 120 litros de pintura del primer tipo y 300 de pintura del segundo tipo 2. Podrían pintarse 1560 m^2.