Examen de Matemáticas II (Septiembre 2015)
Selectividad-Coincidentes-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dados los puntos $A(2,1,1)$, $B(0,0,-3)$ y $P(1,1,1)$, se pide:

a) (1 punto). Hallar la ecuación del plano que contiene a P y a la recta que pasa por A y B.

b) (1 punto). Hallar el área del triángulo formado por A, B y P.

c) (1 punto). Hallar las coordenadas del punto C que forma con A y B un triángulo rectángulo en C, sabiendo que C está en el eje OX y tiene primera coordenada negativa.

Problema 2 *(3 puntos)* Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} a-1 & 1 & -1 \\ 0 & a-2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (1 punto). Determinar los valores del parámetro a, para que la matriz M tenga inversa.

b) (1 punto). Hallar la inversa de M, para $a = 2$.

c) (1 punto). Resolver el sistema homogéneo $MX = O$, para $a = 1$.

Problema 3 *(2 puntos)* Dada $f(x)$, función derivable, con derivada continua, tal que $f(0) = 0$ y $f'(0) = 1$, se define la función $g(x) = (f(x))^2 - e^{f(x)}$ y se pide:

a) (1 punto). Hallar $g(0)$, $g'(0)$ y $(fg)'(0)$.

b) (0,5 puntos). Determinar la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en $x = 0$.

c) (0,5 puntos). Obtener el valor de $\lim\limits_{x\longrightarrow 0} \dfrac{f(x)}{x}$

Problema 4 *(2 puntos)* Dada la función $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$, se pide:

a) (1 punto). Calcular $\lim\limits_{x\longrightarrow +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ y $\lim\limits_{x\longrightarrow -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

b) (1 punto). Justificar que f está definida en todo x del intervalo $[0,1]$ y calcular $\displaystyle\int_0^1 (x-2)f(x)\,dx$.

Examen de Matemáticas II (Septiembre 2015) Selectividad-Coincidentes-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dado el sistema de ecuaciones lineales:

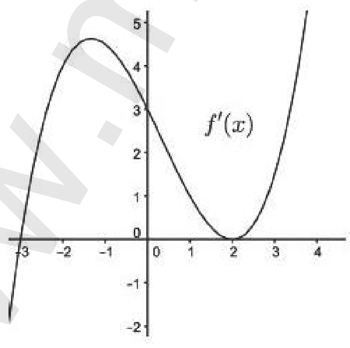
$$\left\{\begin{array}{rrrr} & y+ & z= & 1\\ (k-1)x+ & y+ & z= & k\\ x+ & (k-1)y+ & z= & 0\end{array}\right.$$

se pide:

a) (2 puntos). Discutir el sistema según los valores de k.

b) (1 punto). Resolverlo para $k=0$ y para $k=1$.

Problema 2 *(3 puntos)* Sea $f(x)$ una función con derivada de orden dos continua para todo número real y cuya gráfica contiene al origen.
La función derivada $f'(x)$ (representada en el gráfico adjunto) es positiva



para todo $x>2$ y negativa para todo $x<-3$. Se pide:

a) (1 punto). Determinar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x=0$.

b) (1 punto). Determinar las abscisas de los extremos relativos de $f(x)$ y clasificar dichos extremos.

c) (1 punto). Demostrar que $f(x)$ tiene un punto de inflexión en el intervalo $(-3,2)$.

Problema 3 *(2 puntos)* Dados el plano $\pi \equiv x - y + 2z + 3 = 0$, el punto $A(-1, 4, 1)$ y la recta $r \equiv x - 1 = y + 1 = \dfrac{z-1}{2}$, se pide:

a) (1 punto). Hallar el seno del ángulo formado por π y r.

b) (1 punto). Hallar las ecuaciones de la recta s que pasa por A y es perpendicular a π.

Problema 4 *(2 puntos)* Dado el vector $\overrightarrow{v} = (1, 0, -2)$, se pide:

a) (1 punto). Obtener todos los vectores de módulo $\sqrt{5}$ que son perpendiculares al vector $\overrightarrow{v}$ y tienen alguna coordenada nula.

b) (1 punto). Obtener los vectores $\overrightarrow{w}$ tales que $\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{w} = (2, -3, 1)$ y tienen módulo $\sqrt{6}$.