Examen de Matemáticas II (Septiembre 2015) Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{rrrl} -mx+ & my+ & z = & 0 \\ x- & my+ & 3z = & 4 \\ 2x- & 2y- & z = & 0 \end{array}\right.$$

1. (2 puntos). Discutirlo según los valores del parámetro m.
2. (0,5 puntos). Resolverlo en el caso $m = 0$.
3. (0,5 puntos). Resolverlo en el caso $m = 2$.

Problema 2 *(3 puntos)* La recta r pasa por $P(2, -1, 0)$ y tiene vector director $(1, \lambda, -2)$; la recta s pasa por $Q(1, 0, -1)$ y tiene vector director $(2, 4, 2)$.

1. (2 puntos). Calcular $\lambda > 0$ para que la distancia entre r y s sea $\dfrac{9}{\sqrt{59}}$.
2. (1 punto). Calcular λ para que r sea perpendicular a la recta que pasa por P y Q.

Problema 3 *(2 puntos)*

1. (0,5 puntos). Estudiar el crecimiento de la función $f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3$.
2. (1,5 puntos). Demostrar que la ecuación $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 = 0$ tiene una úunica solución real y localizar un intervalo de longitud 1 que la contenga.

Problema 4 *(2 puntos)*

1. (1 punto). Calcular la integral definida $\displaystyle\int_1^4 (1-x)e^{-x}\,dx$
2. (1 punto) Calcular $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow+\infty}(1-x)e^{-x}$ y $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow-\infty}(1-x)e^{-x}$

Examen de Matemáticas II (Septiembre 2015) Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} a + x\ln(x)\text{si} & x > 0 \\ x^2e^x & \text{si} \quad x \le 0 \end{cases}$$

(donde ln denota logaritmo neperiano y a es un núumero real) se pide:

1. (1 punto). Calcular el valor de a para que $f(x)$ sea continua en todo R.

2. (1 punto). Calcular $f'(x)$ donde sea posible.

3. (1 punto). Calcular $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$.

Problema 2 *(3 puntos)* Dados los puntos $P(-1,-1,1)$, $Q(1,0,2)$ y los planos

$$\pi_1 \equiv x - z = 0; \quad \pi_2 \equiv my - 6z = 0; \quad \pi_3 \equiv x + y - mz = 0$$

se pide:

1. (1 punto). Calcular los valores de m para los que los tres planos se cortan en una recta.

2. (1 punto). Para $m = 3$, hallar la ecuación del plano que contiene al punto P y es perpendicular a la recta de intersección de los planos π_1 y π_2.

3. (1 punto). Hallar la distancia entre los puntos Q y P', siendo P' el punto simétrico de P respecto al plano π_1.

Problema 3 *(2 puntos)* Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 3$ y usando las propiedades de los determinantes, calcular el valor de los siguientes determinantes:

1. (1 punto). $\begin{vmatrix} 2a-2b & c & 5b \\ 2d-2e & f & 5e \\ -2 & 3 & 10 \end{vmatrix}$

2. (1 punto). $\begin{vmatrix} a-1 & b-2 & 2c-6 \\ 2 & 4 & 12 \\ d & e & 2f \end{vmatrix}$

Problema 4 *(2 puntos)* Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ hallar todas las matrices $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ que conmutan con A, es decir que cumplen $AB = BA$.