

Examen de Matemáticas II (Modelo 2015)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ -1 & m & m \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

se pide:

1. (1 punto). Estudiar el rango de A según los valores de m .
2. (0,5 puntos). Calcular el determinante de la matriz A^{20} .
3. (0,75 puntos). Para $m = -2$, resolver el sistema $AX = O$.
4. (0,75 puntos). Para $m = 0$, resolver el sistema $AX = B$.

Problema 2 (3 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$, se pide:

1. (0,5 puntos). Hallar el dominio de $f(x)$.
2. (1 punto). Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.
3. (1,5 puntos). El área del recinto limitado por la gráfica de la función, el eje de abscisas y las rectas $x = \pm 1/2$.

Problema 3 (2 puntos) Dadas las rectas: $r : \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$; $s : \begin{cases} x + y = 1 \\ y = z \end{cases}$,

se pide:

1. (1 punto). Estudiar la posición relativa entre ellas. Determinar, en su caso, la intersección entre ambas y el ángulo que forman sus vectores directores.
2. (1 punto). Hallar la ecuación de la recta perpendicular a las direcciones de r y s , y que pasa por el punto $(0, 0, 0)$.

Problema 4 (2 puntos) Dados los puntos $P_1(1, -1, 2)$, $P_2(2, -3, 0)$ y $P_3(3, 1, 2)$, se pide:

1. (0,5 puntos). Determinar la ecuación del plano π que contiene los tres puntos.

- (0,5 puntos). Determinar la ecuación de la recta r que pasa por P_1 y es perpendicular a π .
- (1 punto). Hallar la ecuación de las dos superficies esféricas de radio $\sqrt{17}$ que son tangentes al plano π en el punto P_1 .

Examen de Matemáticas II (Modelo 2015) Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dados el punto $P(1, 2, -1)$ y las rectas:

$$r : \begin{cases} x + y - z = 4 \\ x - y - 3z = -2 \end{cases} ; \quad s : \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto). Calcular la mínima distancia entre r y s .
- (1 punto). Determinar el punto P' simétrico de P respecto de r .
- (1 punto). Determinar los puntos de la recta r que equidistan de los planos XY e YZ .

Problema 2 (3 puntos) Hallar

- (1 punto). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{x}$.
- (1 punto). $\int (3x + 5) \cos x \, dx$.
- (1 punto). Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función

$$f(x) = \frac{ex - e^x}{x}$$

Problema 3 (2 puntos)

- (1,5 puntos). Hallar X e Y , matrices 2×2 , tales que

$$X + \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad X + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. (0,5 puntos). Hallar Z , matriz invertible 2×2 , tal que

$$Z^2 \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Z^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Problema 4 (2 puntos) Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} mx + y = 0 \\ x + my = 0 \\ mx + my = 0 \end{cases}$$

se pide:

1. (1,5 puntos). Discutirlo según los valores de m .
2. (0,5 puntos). Resolverlo cuando sea compatible indeterminado.