Examen de Matemáticas II (Junio 2015)
Selectividad-Coincidentes-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)*

a) (2 punto). Determinar los valores a, b, c para que la función $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si} \quad x = 0 \\ ax - b & \text{si} \quad 0 < x \le 1 \\ x^2 + bx + c & \text{si} \quad 1 < x \le 2 \end{cases}$ sea continua en el intervalo $[0, 2]$ y derivable en $(0, 2)$.

b) (1 punto). Aplicar, si es posible, el Teorema del Valor Medio a la función $g(x) = x^2 + x$ en el intervalo $[1, 2]$ y calcular, en tal caso, un punto de dicho intervalo en el que $g'(x)$ tome el valor predicho por el Teorema del Valor Medio.

Problema 2 *(3 puntos)* Dados la recta $r \equiv \begin{cases} x - y + az = 0 \\ ay - z = 4 \end{cases}$, con $a \in \mathbb{R}$, y el plano $\pi \equiv x + y + z - 2 = 0$, se pide:

a) (1 punto). Hallar todos los valores de a para los que la recta r es paralela al plano π.

b) (1 punto). Para $a = 2$, determinar la distancia de la recta r al plano π.

c) (1 punto). Para $a = 1$, hallar el seno del ángulo que forman r y π.

Problema 3 *(2 puntos)* Dadas las matrices: $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (1 punto). Calcular la matriz inversa de L.

b) (1 punto). Buscar la matriz A, tal que $LAL^t = I$, donde L^t es la traspuesta de L.

Problema 4 *(2 puntos)* Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} m & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & m \end{pmatrix}$, se pide:

a) (1 punto). Estudiar el rango de A, según los valores de m, e indicar para qué valores de m admite inversa la matriz A.

b) (1 punto). Sin calcular A^{-1}, hallar m para que $det(A) = det(4A^{-1})$.

Examen de Matemáticas II (Junio 2015) Selectividad-Coincidentes-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)*

a) (2 puntos). Discutir el sistema de ecuaciones $\left\{\begin{array}{rrl} 2x+ & y = & 5 \\ x+ & my = & 7 \\ x- & y = & 4 \end{array}\right.$, en función de los valores del parámetro m y hallar la solución del sistema anterior en los casos en los que ésta sea única.

b) (1 punto). Encontrar el valor o valores de k que hacen incompatible el sistema

$$\left\{\begin{array}{rrrr} x- & y+ & kz = & 2 \\ kx- & ky+ & 4z = & -4 \end{array}\right.$$

Problema 2 *(2 puntos)* Dada la función $f(x) = x^2e^{-x}$, se pide:

a) (1 punto). Determinar su dominio, asíntotas y cortes con los ejes.

b) (1 punto). Calcular su derivada, intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos.

c) (1 punto). Determinar los puntos de inflexión y dibujar la curva $y = f(x)$.

Problema 3 *(2 puntos)* Dadas las rectas $r \equiv \left\{\begin{array}{l} x = 3 + \lambda \\ y = 2 - 2\lambda \\ z = 3 + 3\lambda \end{array}\right.$ y $s \equiv \dfrac{x+1}{2} = y - 5 = -(z + 2)$, se pide:

a) (1 punto). Estudiar la posición relativa de r y s.

b) (1 punto). Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(1, 6, -3)$, está contenida en el plano que determinan r y s y es perpendicular a r.

Problema 4 *(2 puntos)* Dados el plano $\pi \equiv x + y - z + 1 = 0$ y la recta $r \equiv (x, y, z) = (0, 0, 1) + \lambda(2, 1, 0)$, se pide:

a) (0,5 puntos). Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto $P(1, 0, -1)$ y es paralelo a π.

b) (1 punto). Determinar la distancia del origen de coordenadas a la recta r.

c) (0,5 puntos). Determinar la distancia del origen de coordenadas al plano π.