Examen de Matemáticas II (Junio 2015)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dada la función

$$f(x) = \frac{x}{x^2-4} + \frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

donde ln denota logaritmo neperiano, se pide:

1. (1,5 puntos) Determinar el dominio de f y sus asíntotas.
2. (0,75 puntos) Calcular la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en $x = 0$.
3. (0,75 puntos) Calcular $\int f(x)\,dx$.

Problema 2 *(3 puntos)*

1. (2 puntos). Discutir, según los valores de m, el sistema de ecuaciones siguiente:
$$\left\{\begin{array}{rrrl} 4x+ & 3y+ & (m-1)z = & 0 \\ x- & 2y+ & mz = & 1 \\ 5x+ & my+ & z = & 1 \end{array}\right.$$
2. (1 punto). Resolver el sistema anterior para el caso $m = 1$.

Problema 3 *(2 puntos)*

1. (1 punto). Dados vectores $\overrightarrow{u} = (2,3,4)$, $\overrightarrow{v} = (-1,-1,-1)$ y $\overrightarrow{w} = (-1,\lambda,-5)$, encontrar los valores de λ que hacen que el paralelepípedo P generado por $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ y $\overrightarrow{w}$ tenga volumen 6.
2. (1 punto). Obtener la ecuación de la recta incluida en el plano $z = 0$, con dirección perpendicular a $\overrightarrow{u} = (2,-1,4)$ y que pasa por el punto $(1,1,0)$.

Problema 4 *(2 puntos)* Dados el plano $\pi : x-2y+2z+1 = 0$ y la superficie esférica $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2 = 9$, hallar los planos tangentes a la esfera que son paralelos al plano π.

Examen de Matemáticas II (Junio 2015)
Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dados el punto $P(-4,6,6)$, el origen de coordenadas O, y la recta $r: \begin{cases} x = -4+4\lambda \\ y = 8+3\lambda \\ z = -2\lambda \end{cases}$ se pide:

1. (1 punto). Determinar un punto Q de la recta r, de modo que su proyección Q' sobre $\overline{OP}$ sea el punto medio de este segmento.
2. (1 punto). Determinar la distancia de P a r.
3. (1 punto). ¿Existe algún punto R de la recta r, de modo que los puntos O, P y R estén alineados? En caso afirmativo, encontrar el punto (o los puntos) con esa propiedad o, en caso negativo, justificar la no existencia.

Problema 2 *(3 puntos)* Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin x}{x} & \text{si} \quad x < 0 \\ xe^x + 1 & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

Se pide:

1. (1 punto). Estudiar la continuidad de f.
2. (1 punto). Estudiar la derivabilidad de f y calcular f' donde sea posible.
3. (1 punto). Calcular $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,dx$.

Problema 3 *(2 puntos)* Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

se pide:

1. (1 punto). Calcular A^{15} y A^{20}
2. (1 punto). Resolver la ecuación matricial $6X = B - 3AX$, donde X es una matriz cuadrada de orden 3.

Problema 4 *(2 puntos)* Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & t & 2 \\ 3 & -1 & t \end{pmatrix}$, e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ se pide:

1. (1,25 puntos). Hallar el rango de A en función de t.
2. (0,75 puntos). Calcular t para que $\det(A - tI) = 0$.