Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Diciembre 2013

Problema 1 Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real m :

$$\begin{cases} mx- & y+ & 2z = & 2 \\ 3x+ & y+ & mz = & 4 \\ mx+ & 3y- & 3z = & 0 \end{cases}$$

1. Discútase el sistema según los diferentes valores de m.
2. Resuélvase el sistema en el caso en el que tiene infinitas soluciones.
3. Resuélvase el sistema en el caso $m = 0$.

Solución:

1.

$$\left(\begin{array}{rrr|r} m & -1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & m & 4 \\ m & 3 & -3 & 0 \end{array}\right); \ |A| = -4m^2-5m+9 = 0 \Longrightarrow m = 1, \ m = -\frac{9}{4}$$

- Si $m \neq 1$ y $m \neq -9/4 \Longrightarrow |A| \neq 0 \Longrightarrow$ Rango$(A) = 3 =$Rango$(\overline{A}) =$ nº de incógnitas $\Longrightarrow$ Sistema compatible determinado (solución única).
- Si $m = -9/4$:

$$\left(\begin{array}{rrr|r} -9/4 & -1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & -9/4 & 4 \\ -9/4 & 3 & -3 & 0 \end{array}\right); \ |A| = 0 \ \text{y} \ \left|\begin{array}{rr} -9/4 & -1 \\ 3 & 1 \end{array}\right| = \frac{3}{4} \neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(A) = 2$$

$$|A_4| = \left|\begin{array}{rrr} -1 & 2 & 2 \\ 1 & -9/4 & 4 \\ 3 & -3 & 0 \end{array}\right| = \frac{39}{2} \neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(\overline{A}) = 3$$

Luego Rango$(A) \neq$Rango$(\overline{A} \Longrightarrow$ el sistema es incompatible (no tiene solución).

- Si $m = 1$:

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & -3 & 0 \end{array}\right); \ |A| = 0 \ \text{y} \ \left|\begin{array}{rr} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{array}\right| = 4 \neq 0 \Longrightarrow \text{Rango}(A) = 2$$

Además $F_3 = F_2 - 2F_1 \Longrightarrow$ el sistema es compatible indeterminado (infinitas soluciones).

2.
$$\left\{\begin{array}{rrrr} x- & y+ & 2z= & 2 \\ 3x+ & y+ & z= & 4 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=3/2-3/4\lambda \\ y=-1/2+5/4\lambda \\ z=\lambda \end{array}\right.$$

3. $m=0$
$$\left\{\begin{array}{l} y+2z=2 \\ 3x+y=4 \\ 3y-3z=0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=2/3 \\ y=2 \\ z=2 \end{array}\right.$$

Problema 2 Una perfumería desea liquidar 100 frascos de perfume y 150 barras de labios que han quedado descatalogados en sus firmas. Para ello lanzan dos ofertas, A y B. La oferta A consiste en un lote de un frasco de perfume y una barra de labios que se vende a 30 euros. La oferta B consiste en un frasco de perfume y dos barras de labios , y se vende a 40 euros. No desea ofrecer menos de 10 lotes de la oferta A ni menos de 20 de la oferta B.

1. ¿Cuántos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar la ganancia?
2. ¿Cambiaría la respuesta del apartado anterior si eliminamos el hecho de que desee ofrecer al menos 20 lotes de la oferta B?

(Aragón Junio 2011)
Solución:
Denominamos x al número de oferta A e y al número de ofertas B

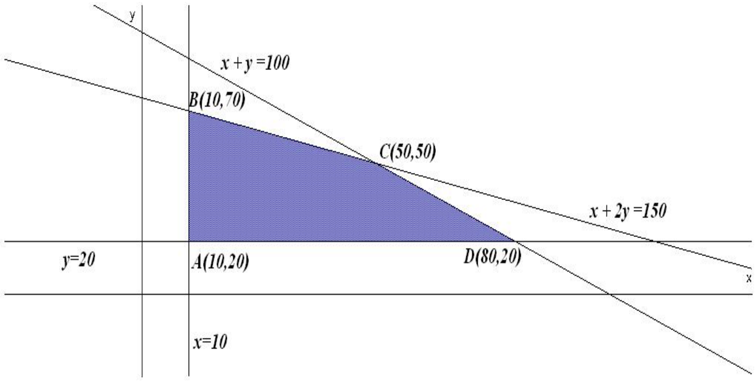
1.

	Perfumes	Barras	Beneficio
A	1	1	30
B	1	2	40
	$\leq$ 100	$\leq$ 150	

Función objetivo:$z(x,y)=30x+40y$ sujeto a:
$$\left\{\begin{array}{l} x+y\leq 100 \\ x+2y\leq 150 \\ x\geq 10 \\ y\geq 20 \end{array}\right.$$

$$A(10,20),\quad B(10,70),\quad C(50,50),\quad D(80,20)$$
$$\left\{\begin{array}{l} z(10,20)=1100 \\ z(10,70)=3100 \\ z(50,50)=3500 \Longleftarrow \text{Máximo} \\ z(80,20)=3200 \end{array}\right.$$

El beneficio máximo se obtiene con la venta de 50 lotes de A y 50 de B con un beneficio de 3500 euros.



2. Si sustituimos la condición $y \geq 20$ por $y \geq 0$ la solución del problema no varía.