

Examen de Matemáticas II (Septiembre 2014)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dada la función

$$f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{x}{x+4},$$

se pide:

- a) (1 punto). Determinar el dominio de f y sus asíntotas.
- b) (1 punto). Calcular $f'(x)$ y determinar los extremos relativos de $f(x)$.
- c) (1 punto). Calcular $\int_0^1 f(x) dx$.

Problema 2 (3 puntos) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ 1 & a & 1 \\ a-1 & a & 2 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto). Determinar el valor o valores de a para los cuales no existe la matriz inversa A^{-1} .
- b) (1 punto). Para $a = -2$, hallar la matriz inversa A^{-1} .
- c) (1 punto). Para $a = 1$, calcular todas las soluciones del sistema lineal $AX = O$.

Problema 3 (2 puntos) Dados los puntos $A(2, 0, -2)$, $B(3, -4, -1)$, $C(5, 4, -3)$ y $D(0, 1, 4)$, se pide:

- a) (1 punto). Calcular el área del triángulo de vértices A , B y C .
- b) (1 punto). Calcular el volumen del tetraedro $ABCD$.

Problema 4 (2 puntos) Dados los planos

$$\pi_1 \equiv 2x + z - 1 = 0, \quad \pi_2 \equiv x + z + 2 = 0, \quad \pi_3 \equiv x + 3y + 2z - 3 = 0,$$

se pide:

- a) (1 punto). Obtener las ecuaciones paramétricas de la recta determinada por π_1 y π_2 .

- b) (1 punto). Calcular el seno del ángulo que la recta del apartado anterior forma con el plano π_3 .

Examen de Matemáticas II (Septiembre 2014)
Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dados el plano π y la recta r siguientes:

$$\pi \equiv 2x - y + 2z + 3 = 0, \quad r \equiv \begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2 - 2t, \\ z = 1 + t, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto). Estudiar la posición relativa de r y π .
- (1 punto). Calcular la distancia entre r y π .
- (1 punto). Obtener el punto P' simétrico de $P(3, 2, 1)$ respecto del plano π .

Problema 2 (3 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5 \sin x}{2x} + \frac{1}{2} & \text{si } x < 0 \\ a & \text{si } x = 0 \\ xe^x + 3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Se pide:

- (1 punto). Hallar, si existe, el valor de a para que $f(x)$ sea continua.
- (1 punto). Decidir si la función es derivable en $x = 0$ para algún valor de a .
- (1 punto). Calcular la integral:

$$\int_1^{\ln 5} f(x) dx,$$

donde $\ln$ denota logaritmo neperiano.

Problema 3 (2 puntos) Dada la ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} a & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

donde B es una matriz cuadrada de tamaño 2×2 , se pide:

- a) (1 punto). Calcular el valor o valores de a para los que esta ecuación tiene solución.
- b) (1 punto). Calcular B en el caso $a = 1$.

Problema 4 (2 puntos) Estudiar el rango de la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 & 5 \\ 2 & 2 & -1 & a \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & -4 & a \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro a .