

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Diciembre 2012

Problema 1 Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real m :

$$\begin{cases} mx - y + mz = 2 \\ mx + y - 2z = 3 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$$

1. Discútase el sistema según los diferentes valores de m .
2. Resuélvase el sistema en el caso en el que tiene infinitas soluciones.
3. Resuélvase el sistema en el caso $m = 0$.

Solución:

1.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} m & -1 & m & 2 \\ m & 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 0 & 7 \end{array} \right); |A| = -m^2 - 5m + 6 = 0 \implies m = 1, \quad m = -6$$

- Si $m \neq 1$ y $m \neq -6 \implies |A| \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 3 = \text{Rango}(\overline{A}) = \text{n}^\circ \text{ de incógnitas} \implies \text{Sistema compatible determinado (solución única)}.$
- Si $m = -6$:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -6 & -1 & -6 & 2 \\ -6 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 0 & 7 \end{array} \right); |A| = 0 \text{ y } \begin{vmatrix} -6 & -1 \\ -6 & 1 \end{vmatrix} = -12 \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 2$$

$$\begin{vmatrix} -6 & -1 & 2 \\ -6 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & 7 \end{vmatrix} = -105 \neq 0 \implies \text{Rango}(\overline{A}) = 3$$

Como $\text{Rango}(A) \neq \text{Rango}(\overline{A}) \implies$ el sistema es incompatible y no tiene solución.

- Si $m = 1$:

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 0 & 7 \end{array} \right); |A| = 0 \text{ y } \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 2$$

Además $F_3 = F_2 + 2F_1 \implies$ el sistema es compatible indeterminado (infinitas soluciones).

2.

$$\begin{cases} x- & y+ & z = & 2 \\ x+ & y- & 2z = & 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5/2 + 1/2\lambda \\ y = 1/2 + 3/2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

3. $m = 0$

$$\begin{cases} -y = 2 \\ y - 2z = 3 \\ 3x - y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5/3 \\ y = -2 \\ z = -5/2 \end{cases}$$

Problema 2 Sea el recinto definido por las inecuaciones siguientes:

$$x + y \leq 15; \quad x \leq 2y; \quad 0 \leq y \leq 6; \quad x \geq 0$$

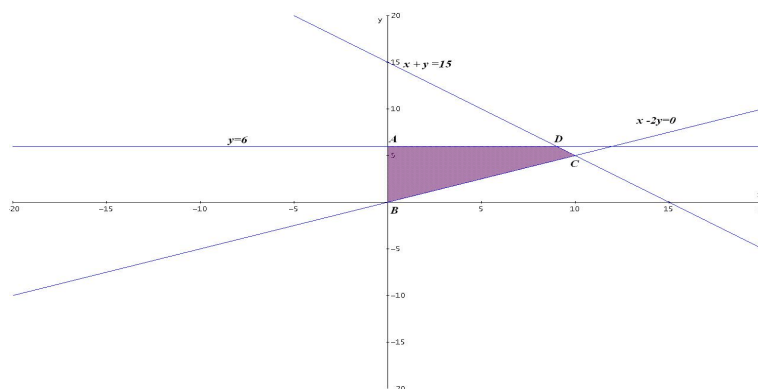
1. Represente gráficamente dicho recinto
2. Calcúlese sus vértices.
3. Determine el máximo valor de la función $F(x, y) = 8x + 5y$ en el recinto anterior.

(Andalucía Junio 2010)

Solución:

1.

$$\begin{cases} x + y \leq 15 \\ x \leq 2y \\ 0 \leq y \leq 6 \\ x \geq 0 \end{cases}$$



2. $A(0, 6)$, $B(0, 0)$, $C(10, 5)$ y $D(9, 6)$

3.

$$\left\{ \begin{array}{l} F(0, 6) = 30 \\ F(0, 0) = 0 \\ F(10, 5) = 105 \Leftarrow \text{Máximo} \\ F(9, 6) = 102 \end{array} \right.$$

La función alcanza el máximo, dentro del recinto, en el punto $C(10, 5)$ con un valor de 105.