

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)

Abril 2013

Problema 1 Dada la función $f(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 1}$, determina

- a) Dominio
- b) Puntos de corte con los ejes coordenados.
- c) Signo de la función.
- d) Simetrías.
- e) Asíntotas.
- f) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- g) Máximos y mínimos relativos.
- h) Curvatura.
- i) Puntos de Inflexión.
- j) Tangente a la curva en el punto $x = 2$
- k) Utiliza la información anterior para representarla gráficamente.
- l) El área determinada por la gráfica de la curva, el eje OX y las rectas $x = 3/2$ y $x = 3$

Solución:

- a) $Dom(f) = R - \{\pm 1\}$.
- b) Los puntos de corte serán los siguientes:

$$\text{Si } x = 0 \implies (0, 8) \text{ y si } f(x) = 0 \implies (-2, 0) \text{ y } (2, 0).$$

c)

$(-\infty, -2)$	$(-2, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, 2)$	$(2, \infty)$
+	-	+	-	+

- d) La función es PAR
- e) Asíntotas:

- Verticales: Las únicas posibles son $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 1} = \left[\frac{-6}{0^-} \right] = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 1} = \left[\frac{-6}{0^+} \right] = -\infty$$

y $x = -1$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} 2x^2 - 8x^2 - 1 = \left[\frac{-6}{0^+} \right] = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} 2x^2 - 8x^2 - 1 = \left[\frac{-6}{0^-} \right] = +\infty$$

- Horizontales: $y = 2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 1} = 2$$

- Oblicuas: No hay por haber horizontales.

f) Monotonía:

$$f'(x) = \frac{12x}{(x^2 - 1)^2} = 0 \implies x = 0 \implies$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
$f'(x)$	-	+
$f(x)$	Decrece	Crece

La función Decrece en el intervalo: $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$ y Crece en el intervalo: $(0, 1) \cup (1, \infty)$

g) Máximos y mínimos relativos: A la vista del apartado anterior, la función presenta un Mínimo en el punto $(0, 8)$.

h) Curvatura:

$$f''(x) = \frac{12(3x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^3} \neq 0$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
$f''(x)$	-	+	-
$f(x)$	Convexa	Cóncava	Convexa

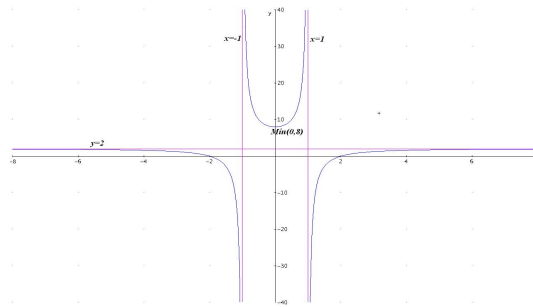
i) No hay puntos de Inflexión.

j) $a = 2 \implies b = f(2) = 0$

$$m = f'(2) = 8/3 \implies y = \frac{8}{3}(x - 2), \text{ recta tangente}$$

$$y = -\frac{3}{8}(x - 2), \text{ recta normal}$$

k) Representación gráfica:



1) Área:

$$\int \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 1} dx = 2x + 3 \ln |x + 1| - 3 \ln |x - 1| + C$$

$$S_1 = \int_{3/2}^2 \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 1} dx = 1 - 3 \ln \frac{5}{3} = -0,5324768712$$

$$S_2 = \int_2^3 \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 1} dx = 2 - 3 \ln \frac{3}{2} = 0,7836046756$$

$$S = |S_1| + |S_2| = 1 + 3 \ln \frac{10}{9} = 1,316081546 \text{ u}^2$$

