

**Examen de Matemáticas II (Septiembre 2013)**  
**Selectividad-Opción A**

**Tiempo: 90 minutos**

---

---

**Problema 1** (3 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \frac{4}{x-4} + \frac{27}{2x+2}$$

se pide:

- a) (0,75 puntos). Hallar las asíntotas de su gráfica.
- b) (1,75 puntos). Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y calcular sus puntos de inflexión.
- c) (0,5 puntos). Esbozar la gráfica de la función.

**Problema 2** (3 puntos) Dadas la matrices:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a & a \\ a & 1 & 1 & a \\ a & a & 1 & 1 \\ a & a & a & 1 \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}; \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

se pide:

- a) (1,5 puntos). Calcular el determinante de  $A$ . Determinar el rango de  $A$  según los valores de  $a$ .
- b) (0,5 puntos). Resolver el sistema homogéneo  $AX = O$  en el caso  $a = 1$ .
- c) (1 punto). Resolver el sistema homogéneo  $AX = O$  cuando  $a = -1$ .

**Problema 3** (2 puntos) Dados los puntos  $A(2; -2; 1)$ ,  $B(0; 1; -2)$ ,  $C(-2; 0; -4)$ ,  $D(2; -6; 2)$ , se pide:

se pide:

- a) (1 punto) Probar que el cuadrilátero  $ABCD$  es un trapecio (tiene dos lados paralelos) y hallar la distancia entre los dos lados paralelos.
- b) (1 punto) Hallar el área del triángulo  $ABC$ .

**Problema 4** (2 puntos) Dados el punto  $P(1; 2; -1)$  y el plano  $\pi \equiv x + 2y - 2z + 2 = 0$ , sea  $S$  la esfera que es tangente al plano  $\pi$  en un punto  $P'$  de modo que el segmento  $PP'$  es uno de sus diámetros. Se pide:

- a) (1 punto). Hallar el punto de tangencia  $P'$ .
- b) (1 punto). Hallar la ecuación de  $S$ .

**Examen de Matemáticas II (Septiembre 2013)**  
**Selectividad-Opción B**  
**Tiempo: 90 minutos**

---

**Problema 1** (3 puntos) Sean  $r_A$  la recta con vector dirección  $(1; \lambda; 2)$  que pasa por el punto  $A(1; 2; 1)$ ,  $r_B$  la recta con vector dirección  $(1; 1; 1)$  que pasa por  $B(1; -2; 3)$ , y  $r_C$  la recta con vector dirección  $(1; 1; -2)$  que pasa por  $C(4; 1; -3)$ . Se pide:

- a) (1 punto). Hallar  $\lambda$  para que las rectas  $r_A$  y  $r_B$  se corten.
- b) (1,5 puntos). Hallar  $\lambda$  para que las rectas  $r_A$  sea paralela al plano definido por  $r_B$  y  $r_C$ .
- c) (0,5 puntos). Hallar el ángulo que forman  $r_B$  y  $r_C$ .

**Problema 2** (3 puntos) Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x + \lambda y + \lambda z = 1 - \lambda \\ x + y + (\lambda - 1)z = -2\lambda \\ (\lambda - 1)x + y + z = \lambda - 1 \end{cases}$$

Se pide:

- a) (2 puntos). Discutirlo según los valores del parámetro  $\lambda$ .
- b) (0,5 puntos). Resolverlo en el caso  $\lambda = 1$ .
- c) (0,5 puntos). Resolverlo en el caso  $\lambda = -1$ .

**Problema 3** (2 puntos) Dada la función  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ , se pide:

- a) (1 punto). Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en  $x = 0$ .
- b) (1 punto). Calcular  $\int_0^1 x f(x) dx$ .

**Problema 4** (2 puntos) Dada la función  $f(x) = e^{1/x}$ , se pide:

- a) (1 punto). Calcular  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y estudiar la existencia de  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .
- b) (1 punto). Esbozar la gráfica  $y = f(x)$  determinando los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f(x)$  y sus asíntotas.