

Examen de Matemáticas II (Modelo 2013)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x}{x - 1} & \text{si } x < 0 \\ a & \text{si } x = 0 \\ e^{-1/x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

se pide:

- a) (1 punto). Determinar el valor de a para que f sea continua en $x = 0$.
- b) (1 punto). Para ese valor de a , estudiar la derivabilidad de f en $x = 0$.
- c) (1 punto). Hallar, si las tiene, las asíntotas de la gráfica $y = f(x)$.

Problema 2 (3 puntos) Dado el sistema

$$\begin{cases} x + 2y + (m + 3)z = 3 \\ x + y + (4 + m - m^2)z = 3 \\ 2x + 4y + 3(m + 2)z = 8 \end{cases}$$

se pide:

- a) (2 puntos). Discutir el sistema según los valores de m .
- b) (1 punto) Resolverlo para $m = -2$.

Problema 3 (2 puntos)

- a) (1 punto). Hallar el punto de corte entre el plano $\pi_1 \equiv 6x - y + 3z = -2$ y la recta r que pasa por el punto $P(1; 2; 0)$ y es perpendicular al plano $\pi_2 \equiv 2x + 3y - z = 8$.
- b) (1 punto). Hallar el punto común a los tres planos $\pi_3; \pi_4; \pi_5$ siguientes:

$$\pi_3 \equiv 5x + 2y + 7z = 4; \quad \pi_4 \equiv x + 2y - 3z = 10$$

y π_5 el plano definido por las rectas

$$r_1 \equiv \frac{x + 3}{2} = \frac{y + 3}{3} = z + 3; \quad r_2 \equiv x + 2 = y = \frac{z + 7}{2}$$

Problema 4 (2 puntos) Dados el plano $\pi \equiv x - y + 2z = 1$ y la recta

$$r \equiv \frac{x}{-6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$$

se pide:

- (1 punto). Determinar la posición relativa entre el plano π y la recta r .
- (1 punto). Determinar el plano que contenga a r y pase por $P(1; 1; 1)$.

Examen de Matemáticas II (Modelo 2013)
Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos)

- (1 punto). Hallar, si existe, el punto de corte de las rectas

$$r_1 : \begin{cases} x - y = 2 \\ x + y + z = 3 \end{cases} ; \quad r_2 : \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = -\lambda \end{cases}$$

- (1 punto). Determinar el valor de a para que los planos

$$\begin{array}{ll} \pi_1 : x + 2y + z = 3 & \pi_2 : 2x + 3y - z = 5 \\ \pi_3 : 2x + 2y + 4z = 3 & \pi_4 : x + 3y = a \end{array}$$

tengan un único punto en común.

- (1 punto). Hallar la recta paralela a los planos

$$\pi_5 : 2x + 5y - z = 2; \quad \pi_6 : 6x - y + z = 8$$

que pasa por el punto $P(1; 5; -3)$.

Problema 2 (3 puntos)

- (0,5 puntos). Representar gráficamente el recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = \ln x$ y el eje OX entre las abscisas $x = 1/e$, $x = e$.
- (1,25 puntos). Calcular el área de dicho recinto.
- (1,25 puntos). Calcular el volumen del sólido de revolución obtenido al girar dicho recinto alrededor del eje OX .

Problema 3 (2 puntos)

- a) (1 punto). Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y la matriz $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ obtener las relaciones que deben cumplir x, y, z, t para que la matriz X verifique $AX = XA$.
- b) (0,5 puntos). Dar un ejemplo de matriz X distinta de la matriz nula y de la matriz identidad que cumpla la igualdad anterior.
- c) (0,5 puntos). Calcular la inversa de la matriz A .

Problema 4 (2 puntos) De las matrices cuadradas A y B se sabe que:

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad A^2 - AB + BA - B^2 = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto). Calcular la matriz $A - B$.
- b) (1 punto). Calcular las matrices A y B .

Criterios específicos de corrección

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos. b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos. c) Por cada asíntota 0,5 puntos, repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

Ejercicio 2.- a) Por la obtención del valor crítico $m = 0$, 0,5 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos. Por la discusión de cada uno de los dos casos ($m = 0$) y ($m \neq 0$), 0,75 puntos por caso, repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,5 puntos. b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 3.- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5

puntos. b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 4.- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos. b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos. b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos. c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 2.- a) Resolución, 0,5 puntos. b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,75 puntos. c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

Ejercicio 3.- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos. b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos. c) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

Ejercicio 4.- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos. b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.