

Examen de Matemáticas II (Junio 2013)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dados el punto $P(-1, 0, 2)$ y las rectas

$$r : \begin{cases} x - z = 1 \\ y - z = -1 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = 3 \end{cases}$$

se pide:

- a) (1 punto). Determinar la posición relativa de r y s .
- b) (1 punto). Determinar la ecuación de la recta que pasa por P y corta a r y s .
- c) (1 punto). Determinar la ecuación de la recta perpendicular común a r y s .

Problema 2 (3 puntos) Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} ax + 7y + 5z = 0 \\ x + ay + z = 3 \\ y + z = -2 \end{cases}$$

se pide:

- a) (2 puntos). Discutirlo según los valores de a .
- b) (0,5 puntos). Resolverlo en el caso $a = 4$.
- c) (0,5 puntos). Resolverlo en el caso $a = 2$.

Problema 3 (2 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x^3}{(x-3)^2}$, se pide se pide:

- a) (1 punto). Hallar las asíntotas de su gráfica.
- b) (1 punto). Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 2$.

Problema 4 (2 puntos) Calcular las siguientes integrales:

1. $\int \frac{x-3}{x^2+9} dx$
2. $\int_1^2 \frac{3-x^2+x^4}{x^3} dx$

Examen de Matemáticas II (Junio 2013)
Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dada la función $f(x) = 2 \cos^2 x$, se pide:

- a) (1 punto). Calcular los extremos absolutos de $f(x)$ en $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
- b) (1 punto). Calcular los puntos de inflexión de $f(x)$ en $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
- c) (1 punto). Calcular $\int_0^{\pi/2} f(x) dx$

Problema 2 (3 puntos) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Se pide:

- a) (1 punto). Hallar el valor de λ para el cual la ecuación matricial $XA = B$ tiene solución única.
- b) (1 punto). Calcular la matriz X para $\lambda = 4$.
- c) Calcular el determinante de la matriz A^2B en función de λ .

Problema 3 (2 puntos)

- a) (1 punto). Hallar los puntos de corte de la recta de dirección $(2, 1, 1)$ y que pasa por el punto $P(4, 6, 2)$ con la superficie esférica de centro $C(1, 2, -1)$ y radio $\sqrt{26}$.
- b) (1 punto). Hallar la distancia del punto $Q(-2, 1, 0)$ a la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = y+2 = \frac{z-3}{2}$$

Problema 4 (2 puntos) Dados el punto $P(1, 0, -1)$, plano $\pi \equiv 2x - y + z - 1 = 0$ y la recta

$$r \equiv \begin{cases} -2x + y - 1 = 0 \\ 3x - z - 3 = 0 \end{cases}$$

se pide:

- a) (1,5 puntos). Determinar la ecuación del plano que pasa por P es paralelo a r y perpendicular al plano π .
- b) (0,5 puntos). Hallar el ángulo entre r y π .