

**Examen de Matemáticas 2º de Bachillerato**  
**Enero 2013**

---

---

**Problema 1** Calcular los siguientes límites:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^3 - 7x - 7}{8x^4 + 9x - 5}$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x + \sqrt{x}}}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x}}{9x} \right)$

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 4x^3)^{2/x^3}$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x - 7}{5x + 1} \right)^{x+2}$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^2}$

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x \sin x}$

8.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{2}{x^2 - 1} \right)$

**Solución:**

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^3 - 7x - 7}{8x^4 + 9x - 5} = \frac{3}{8}$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x + \sqrt{x}}} = 1$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x}}{9x} \right) = \frac{1}{27}$

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 4x^3)^{2/x^3} = e^0 = 1$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x - 7}{5x + 1} \right)^{x+2} = e^{-8/5}$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^2} = 0$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x \sin x} = 0$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{2}{x^2 - 1} \right) = 1$$

**Problema 2** Calcular las siguientes integrales:

$$1. \int \left( \frac{x^2 + 2\sqrt[3]{x} - x}{x^2} - 2e^x \right)$$

$$2. \int \left( \frac{x^2 - 3\sqrt[4]{x^3} - x}{x^2} + 3e^x \right)$$

**Solución:**

$$1. \int \left( \frac{x^2 + 2\sqrt[3]{x} - x}{x^2} - 2e^x \right) = x - 3x^{-2/3} - \ln x - 2e^x + C$$

$$2. \int \left( \frac{x^2 - 3\sqrt[4]{x^3} - x}{x^2} + 3e^x \right) = x + 12x^{-1/4} - \ln x + 3e^x + C$$