

**Examen de Matemáticas Aplicadas a las
CC. Sociales II (Coincidente-Junio 2012)
Selectividad-Opción A**
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & k \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, se pide:

- a) Para $k = 4$, calcúlese el determinante de la matriz $3A^2$.
- b) Para $k = 2$, calcúlese (si existe) la matriz inversa A^{-1} .
- c) Discútase la existencia de solución del sistema lineal $AX = B$ según los diferentes valores del parámetro k .

Problema 2 (3 puntos) Se considera la función real de variable real $f(x) = \frac{4 - 2x}{x^2}$.

- a) Determinénse los máximos y mínimos locales y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f .
- b) Hállense los puntos de inflexión y los intervalos de concavidad y convexidad de f .
- c) Determinénse las asíntotas y los puntos de corte con los ejes. Esbócese la gráfica de f .

Problema 3 (2 puntos) Una ferretería tiene en su almacén bombillas de bajo consumo: 500 bombillas de 20 W, 300 de 15 W y 200 de 12 W. Los controles de calidad realizados por la empresa que fabrica las bombillas han permitido determinar las probabilidades de fallo de cada tipo de producto durante la primera hora de encendido, siendo de 0,03 para las bombillas de 20 W, de 0,02 para las de 15 W y de 0,01 para las bombillas de 12 W.

- a) Se elige al azar una bombilla del almacén, ¿cuál es la probabilidad de que se produzca un fallo durante la primera hora de encendido?
- b) Se somete al control de calidad una bombilla del almacén elegida al azar y falla en su primera hora de encendido, ¿cuál es la probabilidad de que sea una bombilla de 20 W?

Problema 4 (2 puntos) El consumo anual de carne en un cierto país se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal con desviación típica 16 kg.

- a) Se toma una muestra aleatoria simple de 64 residentes y se obtiene un consumo medio de 42 kg de carne al año. Determinése un intervalo de confianza con un nivel del 90 % para el consumo anual medio de carne en dicho país.
- b) ¿Qué tamaño mínimo debería tener la muestra para garantizar, con el mismo nivel de confianza, que el error de la estimación del consumo anual medio sea menor que 1 kg?

**Examen de Matemáticas Aplicadas a las
CC. Sociales II (Coincidente-Junio 2012)
Selectividad-Opción B**

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Una compañía aérea oferta hasta un máximo de 60 plazas en sus vuelos diarios entre Madrid y Lisboa. Las plazas de clase turista se ofrecen a 40 euros, mientras que las de primera clase tienen un precio de venta de 75 euros. Por normativa internacional, el número de plazas ofertadas de primera clase debe ser inferior o igual al doble de las plazas de clase turista y superior o igual a la mitad de las plazas de dicha clase turista. Además, por motivos de estrategia empresarial, la compañía tiene que ofrecer como mínimo 10 plazas de clase turista.

¿Qué número de plazas de cada clase se deben ofertar diariamente con el objetivo de maximizar los ingresos de la aerolínea? Determinése dicho ingreso máximo.

Problema 2 (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = ax^2 - \frac{b}{x}$$

- a) Hállense los valores de a y b para que la recta tangente a la gráfica de f en $x = 1$ tenga como ecuación $y = 3x - 2$.
- b) Hállense los valores de a y b para que la función f tenga en $(1,0)$ un punto de inflexión.
- c) Hállense los valores de a y b de manera que f no tenga asíntotas y
$$\int_0^1 f(x)dx = 1.$$

Problema 3 (2 puntos) Los 30 alumnos de una Escuela de Idiomas estudian obligatoriamente Inglés y Francés. En las pruebas finales de estas materias se han obtenido los siguientes resultados: 18 han aprobado Inglés, 14 han aprobado Francés y 6 han aprobado los dos idiomas.

- a) Se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya aprobado ni Inglés ni Francés?
- b) Se elige un estudiante al azar de entre los aprobados de Francés, ¿cuál es la probabilidad de que también haya aprobado Inglés?

Problema 4 (2 puntos) Se considera una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica σ . Sea \bar{X} la media en una muestra aleatoria simple de tamaño 100 elementos.

- a) Determínese el valor de σ sabiendo que $I = (125, 2; 144, 8)$ es un intervalo de confianza con un nivel del 95% para la media poblacional μ .
- b) Si $\sigma = 20$, calcúlese la probabilidad $P(1 < \mu - \bar{X} < 4)$.

Criterios específicos de corrección

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- (3 puntos)

Apartado (a): Cálculo de A^2 o expresión correcta de la fórmula $\det(3A^2) = 9\det(A)$ (0,50 puntos) y Cálculo del valor de $\det(3A^2)$ (0,50 puntos). Total Apartado (a) (1,00 punto).

Apartado (b) Resolución correcta (1,00 punto).

Apartado (c) Cálculo de $\det(A)$ (0,25 puntos), determinación de los valores críticos de k (0,25 puntos), discusión correcta del caso $k = 3$ (0,25 puntos) y discusión correcta del caso $k \neq 3$ (0,25 puntos). Total apartado (c): (1,00 punto).

Ejercicio 2.- (3 puntos)

Apartado (a): Cálculo correcto de $f'(x)$ (0,50 puntos), localización correcta de los máximos y mínimos locales (0,25 puntos) y determinación correcta de los intervalos de crecimiento y decrecimiento (0,25 puntos). Total Apartado (a): (1,00 punto)

Apartado (b): Cálculo correcto de $f''(x)$ (0,50 puntos), localización correcta de los puntos de inflexión (0,25 puntos) y determinación correcta de los intervalos de concavidad y convexidad (0,25 puntos). Total apartado (b) (1,00 punto)

Apartado (c): Cálculo correcto de la asíntota vertical (0,25 puntos), cálculo correcto de la asíntota horizontal (0,25 puntos), localización correcta de los puntos de corte con los ejes (0,25 puntos), esbozo correcto de la gráfica de f (0,25 puntos). Total apartado (c) (1,00 punto).

Ejercicio 3.- (2 puntos)

Apartado (a): Planteamiento correcto (0,50 puntos) y cálculo correcto de la probabilidad pedida (0,50 puntos). Total apartado (a) (1,00 punto).

Apartado (b): Planteamiento correcto (0,50 puntos) y cálculo correcto de la probabilidad pedida (0,50 puntos). Total apartado (b) (1,00 punto).

Ejercicio 4.- (2 puntos)

Apartado (a): Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ (0,25 puntos), expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza (0,25 puntos) y obtención correcta del intervalo de confianza (0,50 puntos). Total apartado (a) (1,00 punto).

Apartado (b): Planteamiento correcto (0,50 puntos) y cálculo correcto del tamaño muestral (0,50 puntos). Total apartado (b) (1,00 punto).

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- (3 puntos)

Obtención de la función objetivo (0,25 puntos), obtención de las restricciones (0,25 puntos por caso) $(0,25 \times 4) = (1,00$ punto), determinación correcta de los vértices de la región factible (1,00 punto) y localización del máximo (0,50 puntos). Obtención del ingreso máximo (0,25 puntos).

Ejercicio 2.- (3 puntos)

Apartado (a): Cálculo correcto de $f'(x)$ (0,25 puntos), obtención de la condición $f(1) = 1$ (0,25 puntos), obtención de la condición $f'(1) = 3$ (0,25 puntos) y cálculo correcto de los valores de a y b (0,25 puntos). Total Apartado (a) (1,00 punto)

Apartado (b): Cálculo correcto de $f''(x)$ (0,25 puntos), obtención de la condición $f(1) = 0$ (0,25 puntos), obtención de la condición $f''(1) = 0$ (0,25 puntos) y cálculo correcto

de los valores de a y b (0,25 puntos). Total apartado (b) (1,00 punto).

Apartado (c): Cálculo correcto del valor de b (0,25 puntos) y cálculo correcto del valor de a (0,75 puntos). Total apartado (c) (1 punto).

Ejercicio 3.- (2 puntos)

Apartado (a): Planteamiento correcto (0,50 puntos) y cálculo correcto de la probabilidad pedida (0,50 puntos). Total apartado (a) (1,00 punto).

Apartado (b): Planteamiento correcto (0,50 puntos) y cálculo correcto de la probabilidad pedida (0,50 puntos) Total apartado (b) (1,00 punto).

Ejercicio 4.- (2 puntos)

Apartado (a) Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ (0,25 puntos), planteamiento correcto (0,25 puntos) y obtención correcta del valor de σ (0,50 puntos). Total apartado (a) (1,00 punto).

Apartado (b) Planteamiento correcto (0,50 puntos) y cálculo correcto de la probabilidad pedida (0,50 puntos). Total apartado (b) (1,00 punto).

NOTA:

La resolución de ejercicios por cualquier procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.