

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Diciembre 2011

Problema 1 (5 puntos). Sea el recinto definido por las inecuaciones:

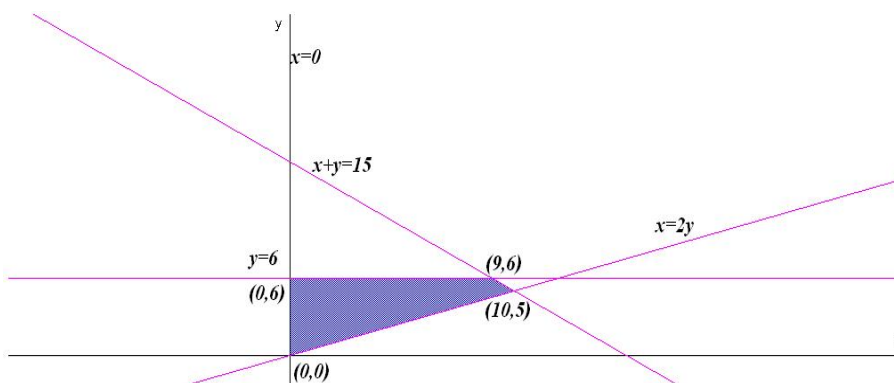
$$x + y \leq 15; \quad x \leq y; \quad 0 \leq x \leq 6; \quad x \geq 0$$

1. Represente gráficamente dicho recinto.
2. Calcule sus vértices.
3. Determínese el máximo valor de la función $F(x, y) = 8x + 5y$ en el recinto anterior y donde se alcanza

Andalucía (junio 2010)

Solución:

1. Representación del recinto:



2. Los vértices serían:

$$(0, 0), \quad (0, 6), \quad (9, 6), \quad (10, 5)$$

3. Como $F(x, y) = 8x + 5y$ tenemos:

$$\begin{aligned} z(0, 0) &= 0 \\ z(0, 6) &= 30 \\ z(9, 6) &= 102 \\ z(10, 5) &= 105 \end{aligned}$$

El máximo de la función en este recinto es de 105 en el punto $(10, 5)$.

Problema 2 (5 puntos). Considérese el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} mx + y + z = 3 \\ 2x + y - mz = 2 \\ x - 2z = -1 \end{cases}$$

1. Discutir sus posibles soluciones según los valores del parámetro m .
2. Resolver el sistema para $m = 1$ y $m = 0$.

Solución:

1.

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} m & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -m & 2 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{array} \right), \quad |A| = -3m + 3 = 0 \implies m = 1$$

Si $m \neq 1 \implies |A| \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = 3 = \text{Rango}(\bar{A}) = \text{n}^\circ$ de incógnitas \implies Sistema Compatible Determinado.

Si $m = 1$:

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{array} \right); \quad |A| = 0 \text{ y } \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$$

Luego $\text{Rango}(A) = 2$ y además $F_3 = F_2 + F_1 \implies \text{Rango}(\bar{A}) = 2$.
Tenemos que:

$\text{Rango}(A) = \text{Rango}(\bar{A}) < \text{n}^\circ$ de incógnitas y es un Sistema Compatible Indeterminado. (Tiene infinitas soluciones)

2. Si $m = 0$:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + y - z = 2 \end{cases} \implies \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = 4 - 3\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

Si $m = 0$:

$$\begin{cases} y + z = 3 \\ 2x + y = 2 \\ x - 2z = -1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = -1/3 \\ y = 8/3 \\ z = 1/3 \end{cases}$$