

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)

Diciembre 2011

Problema 1 (2 puntos). Encuentra el valor del parámetro m de forma que los vectores $\vec{u} = (m, 2, 3)$, $\vec{v} = (-m, 1, 2)$ y $\vec{w} = (m-1, 3, 5)$ de forma que \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} sean linealmente dependientes. Encontrar la combinación lineal.

Solución:

$$\begin{vmatrix} m & 2 & 3 \\ -m & 1 & 2 \\ m-1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = m - 1 = 0 \implies m = 1$$

Si $m = 1$ los tres vectores son LD.

La combinación lineal buscada es $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$

Problema 2 (2 puntos). Dados los vectores $\vec{u} = (1, -1, 3)$, $\vec{v} = (2, 0, 1)$ y $\vec{w} = (0, 1, 2)$ calcular la altura del tetraedro que determinan sobre la base definida por los vectores \vec{u} y \vec{v} .

Solución:

La altura del tetraedro coincide con la del paralelepípedo:

$$h = \frac{|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|}{|\vec{u} \times \vec{v}|} = \frac{9}{\sqrt{30}} u$$

Problema 3 (2 puntos).

1. Sean $\vec{u} = (m, m, -1)$ y $\vec{v} = (2, m, m)$. Encontrar el número real m de forma que los vectores \vec{u} y \vec{v} sean perpendiculares.
2. Dados los vectores $\vec{u} = (3, 1, -1)$, $\vec{v} = (-1, 4, 0)$ encontrar un vector perpendicular a ellos que tenga módulo 5.

Solución:

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2m + m^2 - m = m(m+1) = 0 \implies m = 0, m = -1$
- 2.

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 1 & -1 \\ -1 & 4 & 0 \end{vmatrix} = (4, 1, 13)$$
$$w = \frac{5}{\sqrt{186}}(4, 1, 13) = \left(\frac{20}{\sqrt{186}}, \frac{5}{\sqrt{186}}, \frac{65}{\sqrt{186}} \right)$$

Problema 4 (4 puntos). Dados los puntos $A(1, 0, -1)$, $B(3, 1, 2)$ y $C(4, 5, 3)$ vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

1. Calcular el cuarto vértice D .
2. Sus ángulos.
3. Su centro.
4. Dividir el segmento \overline{AC} en tres partes iguales.

Solución:

1. $D = A + \overrightarrow{BC} = (2, 4, -2)$

2. $|\overrightarrow{AD}| = \sqrt{18}$, $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{14}$

$$\cos \alpha = \frac{9}{\sqrt{18}\sqrt{14}} \implies \alpha = 55^\circ 27' 45'', \quad \beta = 124^\circ 32' 15''$$

3.

$$\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, 1\right)$$

4. $\overrightarrow{u} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \left(1, \frac{5}{3}, \frac{4}{3}\right)$

$$A_1 = A + \overrightarrow{u} = (1, 0, -1) + \left(1, \frac{5}{3}, \frac{4}{3}\right) = \left(2, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

$$A_2 = A_1 + \overrightarrow{u} = \left(2, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}\right) + \left(1, \frac{5}{3}, \frac{4}{3}\right) = \left(3, \frac{10}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

$$C = A_3 = A_2 + \overrightarrow{u} = \left(3, \frac{10}{3}, \frac{5}{3}\right) + \left(1, \frac{5}{3}, \frac{4}{3}\right) = (4, 5, 3)$$