

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Febrero 2010

Problema 1 Dada la función $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x + 2}$, determina

1. Dominio
2. Puntos de corte con los ejes coordenados.
3. Signo de la función.
4. Simetrías.
5. Asíntotas.
6. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
7. Máximos y mínimos relativos.
8. Curvatura.
9. Puntos de Inflexión.
10. Tangente a la curva en el punto $x = 2$
11. Utiliza la información anterior para representarla gráficamente.

Solución:

1. $Dom(f) = \mathbb{R} - \{-2\}$.
2. Los puntos de corte serán los siguientes:

Si $x = 0 \implies \left(0, \frac{5}{2}\right)$ y si $f(x) = 0 \implies x^2 + 5 = 0$ no tiene solución. Luego el único punto de corte es el $\left(0, \frac{5}{2}\right)$.

- 3.

$(-\infty, -2)$	$(-2, \infty)$
$-$	$+$

4. La función no es ni PAR ni IMPAR
5. Asíntotas:

- Verticales: La única posible es $x = -2$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2 + 5}{x + 2} = \left[\frac{9}{0^-} \right] = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2 + 5}{x + 2} = \left[\frac{9}{0^+} \right] = +\infty$$

- Horizontales: No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5}{x + 2} = \infty$$

- Oblicuas: $y = mx + n$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5}{x^2 + 2x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 5}{x + 2} - x \right) = -2$$

$$y = x - 2$$

6. Monotonía:

$$f'(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{x + 2} = 0 \implies x = 1, \quad x = -5 \implies$$

	$(-\infty, -5)$	$(-5, 1)$	$(1, \infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	Crece	Decrece	Crece

La función Decrece en el intervalo: $(-5, -2) \cup (-2, 1)$ y Crece en el intervalo: $(-\infty, -5) \cup (1, \infty)$

- Máximos y mínimos relativos: A la vista del apartado anterior, la función presenta un Máximo en el punto $(-5, -10)$ y un Mínimo en el punto $(1, 2)$.

8. Curvatura:

$$f''(x) = \frac{18}{(x + 2)^3} \neq 0$$

	$(-\infty, -2)$	$(-2, \infty)$
$f''(x)$	-	+
$f(x)$	Convexa	Cóncava

9. No hay puntos de Inflexión.

$$10. \quad a = 2 \implies b = f(2) = \frac{9}{4}$$

$$m = f'(2) = \frac{7}{16} \implies y - \frac{9}{4} = \frac{7}{16}(x - 2)$$

11. Representación gráfica:

