Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Febrero 2010

Problema 1 Dada la función $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+1}$, determina

1. Lo puntos de corte con los ejes coordenados.
2. Las asíntotas.
3. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
4. Máximos y mínimos relativos.
5. Utiliza la información anterior para representarla gráficamente.

(Murcia Junio-2008)

Solución:

1. $Dom(f) = R - \{-1\}$. Los puntos de corte serán los siguientes:

   Si $x = 0 \Longrightarrow (0, -1)$ y si $f(x) = 0 \Longrightarrow (1/2, 0)$.

2. Asíntotas:

   - Verticales: Las únicas posibles son $x = -1$

     $$\lim_{x\longrightarrow -1^-} \frac{2x-1}{x+1} = \left[\frac{-3}{0^-}\right] = +\infty \qquad \lim_{x\longrightarrow -1^+} \frac{2x-1}{x+1} = \left[\frac{-3}{0^+}\right] = -\infty$$

   - Horizontales: $y = 2$

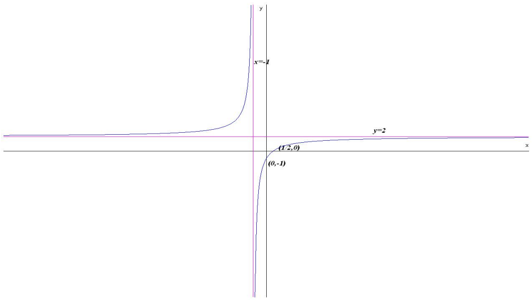
     $$\lim_{x\longrightarrow\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$$

   - Oblicuas: No hay al haber horizontales.

3. Monotonía: $f'(x) = \dfrac{3}{(x+1)^2} \neq 0 \Longrightarrow$ No hay ni Máximos ni Mínimos, la función es siempre positiva y por tanto es creciente en todo el dominio de la función.

4. Máximos y mínimos relativos: No hay

5. Representación gráfica:



Problema 2 Sea la función $f(x) = |x^2 + x - 6|$. Representarla gráficamente y expresarla por ramas

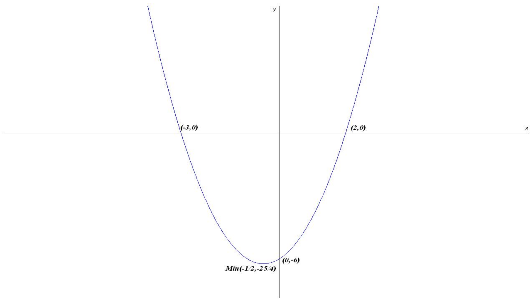
Solución:

- Trabajamos con la función sin tener en cuenta el valor absoluto

$$f(x) = x^2 + x - 6, \quad f'(x) = 2x + 1 = 0 \Longrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

	$(-\infty, -1/2)$	$(-1/2, \infty)$
$f'(x)$	$-$	$+$
$f(x)$	Decrece	Crece

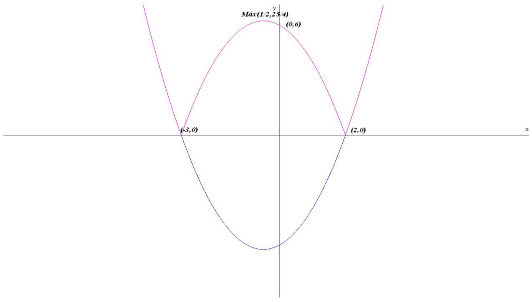
Luego f tiene un mínimo en el punto $(-1/2, -25/4)$. Los puntos de corte con los ejes son: $(0, -6)$, $(-3, 0)$ y $(2, 0)$



- Toda la parte negativa se pasa a positiva: Luego f tiene un máximo en el punto $(1/2, 25/4)$. Los puntos de corte con los ejes son: $(0, 6)$, $(-3, 0)$ y $(2, 0)$

- La función por ramas será:

$$f(x) = |x^2 + x - 6| = \left\{ \begin{array}{rcr} x^2 + x - 6 & \text{si} & x < -3 \\ -x^2 - x + 6 & \text{si} & -3 \le x \le 2 \\ x^2 + x - 6 & \text{si} & x > 2 \end{array} \right.$$



Problema 3 Calcúlense los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{5x^2+x-1}{-x^2+8}$

2. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{-3x^3+5x^2-1}{x+2}$

3. $\lim\limits_{x\longrightarrow 2} \dfrac{x^3-3x^2+4}{3x^2-5x-2}$

4. $\lim\limits_{x\longrightarrow 3} \dfrac{\sqrt{2x^2-2}-\sqrt{5x+1}}{x-3}$

Solución:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{5x^2+x-1}{-x^2+8} = -5$

2. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{-3x^3+5x^2-1}{x+2} = 1\infty$

3. $\lim\limits_{x\longrightarrow 2} \dfrac{x^3-3x^2+4}{3x^2-5x-2} = 0$

4. $\lim\limits_{x\longrightarrow 3} \dfrac{\sqrt{2x^2-2}-\sqrt{5x+1}}{x-3} = \dfrac{5}{8}$