

## Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

(Recuperación) Mayo 2010

---

**Problema 1** En una fabricación de dos tipos de joyas,  $J_1$  y  $J_2$ , se utiliza oro y platino. Cada joya del tipo  $J_1$  está formada por 3 g de oro y 1 g de platino, y cada joya del tipo  $J_2$  está formada por 2 g de oro y 2 g de platino. Con cada joya del tipo  $J_1$  se obtiene un beneficio de 30 euros, y con cada joya del tipo  $J_2$ , de 40 euros. Se dispone de 1.800 g de oro y de 1.000 g de platino. ¿Cuántas joyas de cada tipo se tienen que fabricar para obtener un beneficio máximo?

1. Exprésense la función objetivo y las restricciones del problema.
2. Representése gráficamente la región factible y cáculense los vértices de la misma.
3. Resuélvase el problema.

**Solución:**

Sea  $x$  el nº de joyas  $J_1$  e  $y$  el nº de joyas  $J_2$ .

1.

|           | $J_1$ | $J_2$ | existencias |
|-----------|-------|-------|-------------|
| oro       | 3     | 2     | 1800        |
| platino   | 1     | 2     | 1000        |
| beneficio | 30    | 40    |             |

La región factible será:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 1800 \\ x + 2y \leq 1000 \\ x > 0, y > 0 \end{cases}$$

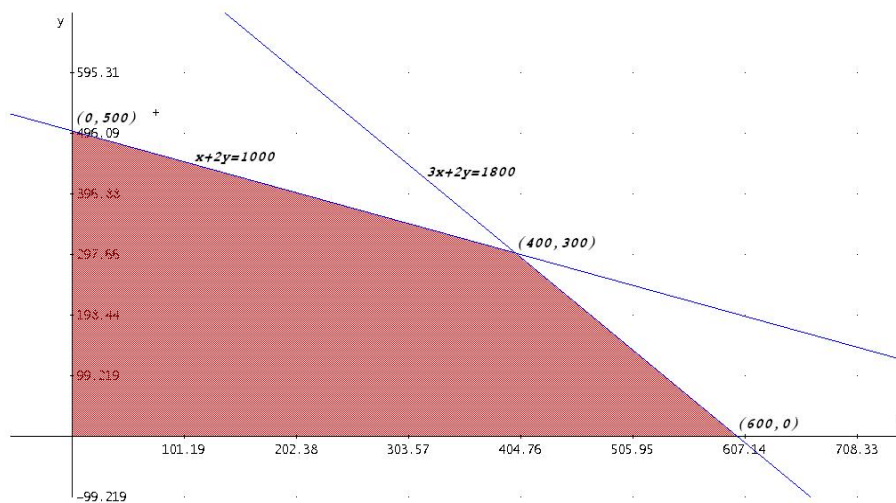
La función objetivo es  $z(x, y) = 30x + 40y$

2. Los vértices de la región son:

$$\begin{cases} x = 0 \\ x + 2y = 1000 \end{cases} \implies (0, 500)$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ 3x + 2y = 1800 \end{cases} \implies (600, 0)$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1800 \\ x + 2y = 1000 \end{cases} \implies (400, 300)$$



3. El valor de la función objetivo en estos puntos es

$$\begin{cases} z(0, 500) = 20,000 \\ z(600, 0) = 18,000 \\ z(400, 300) = 24,000 \text{ máximo} \end{cases}$$

Para obtener un beneficio máximo habrá que fabricar 400 joyas del tipo  $J_1$  y 300 del tipo  $J_2$  con lo que se obtendría un beneficio de 24.000 euros.

**Problema 2** Dadas la curva:  $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ , calcule:

1. Corte con los ejes y dominio de definición.
2. Asíntotas.
3. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
4. Extremos.
5. Representación aproximada.

**Solución:**

1.

$$y = \frac{1}{x^2 - 4} = \frac{1}{(x + 2)(x - 2)}$$

- Corte con el eje  $OX$  hacemos  $y = 0 \implies$  No hay.
- Corte con el eje  $OY$  hacemos  $x = 0 \implies (0, -1/4)$ .

- $Dom(f) = R - \{-2, 2\}$

2. Asíntotas:

- **Verticales:**  $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 - 4} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x^2 - 4} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x^2 - 4} = +\infty$$

En  $x = -2$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{x^2 - 4} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1}{x^2 - 4} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x^2 - 4} = -\infty$$

- **Horizontales:**  $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2 - 4} = 0$$

- **Oblicuas:** No hay

3.

$$y' = \frac{-2x}{(x^2 - 4)^2} = 0 \implies x = 0$$

|      |                |                |
|------|----------------|----------------|
|      | $(-\infty, 0)$ | $(0, +\infty)$ |
| $y'$ | +              | -              |
| $y$  | crece          | decrece        |

4. La función tiene un máximo en el punto  $(0, -1/4)$ , donde la función pasa de ser creciente a ser decreciente.

5. Representación

