

Examen de Matemáticas II (Septiembre 2010-General)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} m-1 & 1 & m & 1 \\ 1 & m-1 & m & 1 \\ 1 & 1 & 2 & m-1 \end{pmatrix}$$

se pide:

1. (2 puntos). Estudiar el rango de A según los valores del parámetro m
2. (1 punto). En el caso de $m = 0$, resolver el sistema

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Problema 2 (3 puntos) Dadas las rectas:

$$r_1 \equiv \begin{cases} y = 1 \\ z = 3 \end{cases} \quad r_2 \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

se pide:

1. (2 puntos). Hallar la ecuación de la recta t que corta a r_1 y r_2 y es perpendicular a ambas.
2. (1 punto). Hallar la mínima distancia entre las rectas r_1 y r_2 .

Problema 3 (2 puntos) Calcular los límites:

1. (1 punto). $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \arctan x)^{a/x}$
2. (1 punto). $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 2e^x}{7x + 5e^x}$.

Problema 4 (2 puntos) Calcular:

1. (1 punto). $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$
2. (1 punto). $\int_0^\pi x \cos x dx$

Examen de Matemáticas II (Septiembre 2010-General) Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dados el plano

$$\pi_1 \equiv 2x - 3y + z = a$$

y el plano π_2 determinado por el punto $P(0, 2, 4)$ y los vectores $v_1 = (0, 2, 6)$ y $v_2 = (1, 0, b)$, se pide:

1. (1 punto). Calcular los valores de a y b para que π_1 y π_2 sean paralelos.
2. (1 punto). Para $a = 1$ y $b = 0$ determinar las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de π_1 y π_2 .
3. (1 punto). Para $a = 4$ y $b = -2$ determinar los puntos que están a igual distancia de π_1 y π_2 .

Problema 2 (3 puntos) Los puntos $P(1, 2, 1)$, $Q(2, 1, 1)$ y $A(a, 0, 0)$ con $a > 3$, determinan un plano π que corta a los semiejes positivos de OY y OZ en los puntos B y C respectivamente. Calcular el valor de a para que el tetraedro determinado por los puntos A , B , C y el origen de coordenadas tenga volumen mínimo.

Problema 3 (2 puntos) Dado el sistema:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + z = 3 \end{cases}$$

se pide:

1. (1 punto). Estudiar la compatibilidad del sistema
2. (0,5 puntos). Añadir una ecuación para que el sistema sea compatible determinado. Razonar la respuesta.
3. (0,5 puntos). Añadir una ecuación para que el sistema sea incompatible. Razonar la respuesta.

Problema 4 (2 puntos) Dada la matriz:

$$\begin{pmatrix} -a & 0 & a \\ a & a-1 & 0 \\ 0 & a & a+2 \end{pmatrix}$$

Se pide:

1. (1 punto). Estudiar el rango de A según los valores del parámetro a .
2. (1 punto). ¿Para qué valores de a existe la matriz inversa A^{-1} ? Calcular A^{-1} para $a = 1$.