

**Examen de Matemáticas Aplicadas a las
CC. Sociales II (Septiembre 2009)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos**

Problema 1 (3 puntos) Una carpintería vende paneles de contrachapado de dos tipos A y B . Cada m^2 de panel del tipo A requiere 0,3 horas de trabajo para su fabricación y 0,2 horas para su barnizado, proporcionando un beneficio de 4 euros. Cada m^2 de panel del tipo B requiere 0,2 horas de trabajo para su fabricación y 0,2 horas para su barnizado, proporcionando su venta un beneficio de 3 euros. Sabiendo que en una semana se trabaja un máximo de 240 horas de taller de fabricación y 200 horas en el taller de barnizado, calcular los m^2 de cada tipo de panel que debe vender semanalmente la carpintería para obtener el máximo beneficio. Calcular dicho beneficio máximo.

Solución:

Sea x m^2 de tipo A .

Sea y m^2 de tipo B .

	Fabricación	Barnizado	Beneficio
A	0,3	0,2	4
B	0,2	0,2	3
Total	240	200	

La función objetivo: $z(x, y) = 4x + 3y$

Las restricciones serán:

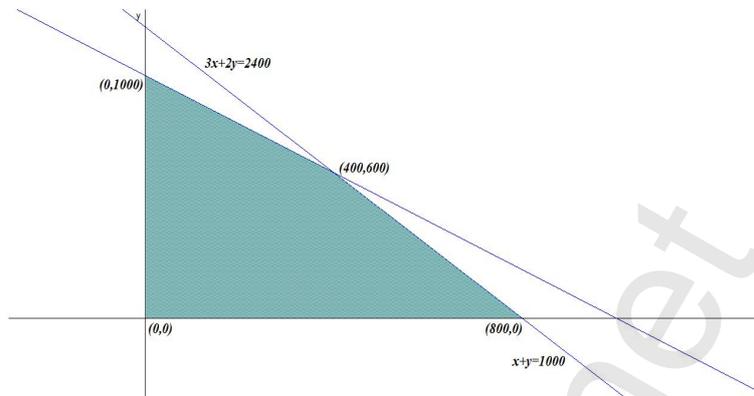
$$\begin{cases} 0,3x + 0,2y \leq 240 \\ 0,2x + 0,2y \leq 200 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \implies \begin{cases} 3x + 2y \leq 2400 \\ x + y \leq 1000 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

$$z(0, 1000) = 3000$$

$$z(400, 600) = 3400$$

$$z(800, 0) = 3200$$

Luego para obtener el máximo beneficio se deberán vender 400 m^2 del tipo A y 600 del tipo B . El beneficio de esta venta es de 3400 euros.



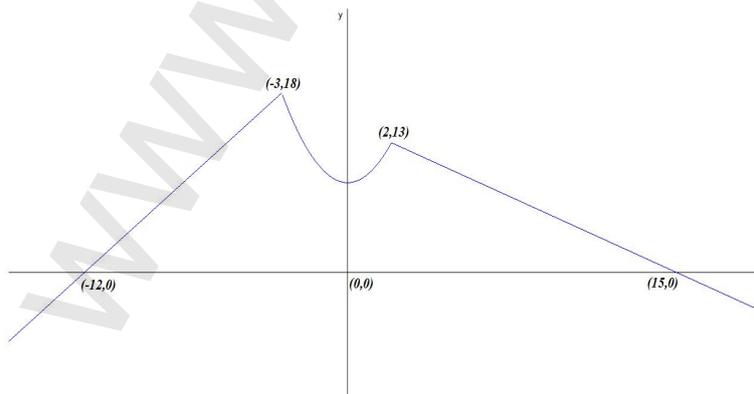
Problema 2 (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:

$$\begin{cases} 2x + 24 & \text{si } x \leq -3 \\ x^2 + 9 & \text{si } -3 < x \leq 2 \\ -x + 15 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- Representétese gráficamente la función f .
- Hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
- Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX .

Solución:

- La representación gráfica es:



- En $x = 1$ la función es $f(x) = x^2 + 9 \implies f'(x) = 2x$ tenemos $f(1) = 10$ y $m = f'(1) = 2 \implies y - 10 = 2(x - 1) \implies y = 2x + 8$

c) Cálculo del área:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 8 + \int_{-3}^2 (x^2 + 9) dx + \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 13 = 81 + \left[\frac{x^3}{3} + 9x \right]_{-3}^2 + \frac{169}{2} = \frac{1333}{6} u^2$$

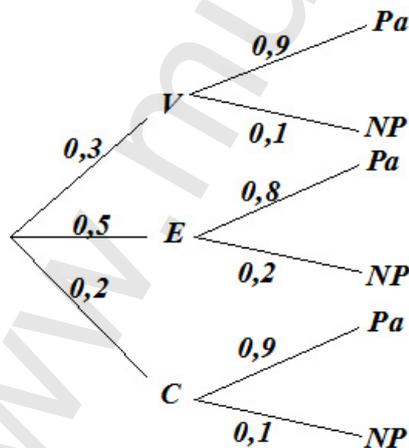
Problema 3 (2 puntos) En un cierto banco el 30 % de los créditos concedidos son para vivienda, el 50 % se destinan a las empresas y el 20 % son para consumo. Se sabe además que de los créditos concedidos a vivienda, el 10 % resultan impagados, de los créditos concedidos a empresas son impagados el 20 % y de los créditos concedidos para consumo resultan impagados el 10 %.

- Calcúlese la probabilidad de que un crédito elegido al azar sea pagado.
- ¿Cuál es la probabilidad de que un crédito elegido al azar se haya destinado a consumo, sabiendo que se ha pagado?

Solución:

V : crédito para vivienda, E : crédito para empresa y C : crédito para consumo.

Pa : pagados y NP : no pagados.



$$a) P(Pa) = P(V) \cdot P(Pa|V) + P(E) \cdot P(Pa|E) + P(C) \cdot P(Pa|C) = 0,3 \cdot 0,9 + 0,5 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,9 = 0,85$$

b)

$$P(C|Pa) = \frac{P(Pa|C) \cdot P(C)}{P(Pa)} = \frac{0,9 \cdot 0,2}{0,85} = 0,21176$$

Problema 4 (2 puntos) Se supone que el tiempo de una conversación en un teléfono móvil se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución

normal de desviación típica igual a 1,32 minutos. Se desea estimar la media del tiempo de las conversaciones mantenidas con un error inferior o igual en valor absoluto a 0,5 minutos y con un grado de confianza del 95 %.

- a) Calcúlese el tamaño mínimo de la muestra que es necesario observar para llevar a cabo dicha estimación mediante la media muestral.
- b) Si se supone que la media del tiempo de las conversaciones es de 4,36 minutos y se elige una muestra aleatoria simple de 16 usuarios, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de las conversaciones de la muestra esté comprendido entre 4 y 5 minutos?

Solución:

Tenemos $N(3,25, 0,8)$, $n = 64$

- a) $\sigma = 1,32$ y $z_{\alpha/2} = 1,96$

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \implies \sqrt{n} = 5,175$$

El tamaño mínimo de la muestra tiene que ser $n = 27$.

- b) $X \sim N(4,36; 1,32) \implies \bar{X} \sim N(4,36; 0,33)$

$$P(4 \leq \bar{X} \leq 5) = P\left(\frac{4 - 4,36}{0,33} \leq Z \leq \frac{5 - 4,36}{0,33}\right) =$$

$$P(-1,09 \leq Z \leq 1,94) = P(Z \leq 1,94) - P(Z \leq -1,09) = 0,8359$$

**Examen de Matemáticas Aplicadas a las
CC. Sociales II (Septiembre 2009)
Selectividad-Opción B**

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependientes del parámetro real k :

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + ky + z = 3 \\ kx - \quad \quad 3z = 6 \end{cases}$$

- a) Discútase el sistema según los diferentes valores de k .
- b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
- c) Resuélvase el sistema para $k = 3$.

Solución:

a)

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & k & 1 & 3 \\ k & 0 & -3 & 6 \end{array} \right) \implies |A| = -k^2 - 2k + 3 = 0 \implies k = 1, k = -3$$

Si $k \neq 1$ y $k \neq -3 \implies |A| \neq 0 \implies \text{Rango}(\bar{A}) = 3 = \text{Rango}(A) = n^\circ$ de incógnitas \implies Sistema compatible determinado.

Si $k = 1$:

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -3 & 6 \end{array} \right)$$

Dos filas son iguales y, por tanto, el sistema es compatible indeterminado.

Si $k = -3$:

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 1 & 3 \\ -3 & 0 & -3 & 6 \end{array} \right), \quad \left| \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & 6 \end{array} \right| = -60 \neq 0$$

en este caso $\text{Rango}(A) = 2$ y como hay un menor de orden 3 distinto de cero el $\text{Rango}\bar{A} = 3$ y el sistema, en este caso, es incompatible.

b) $k = 1$:

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = 3 \\ x- & & 3z = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 6 + 3\lambda \\ y = -3 - 4\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

c) $k = 3$:

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = 3 \\ x+ & 3y+ & z = 3 \\ 3x- & & 3z = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5/2 \\ y = 0 \\ z = 1/2 \end{cases}$$

Problema 2 (3 puntos) El beneficio semanal (en miles de euros) que obtiene una central lechera por la producción de leche desnatada está determinado por la función:

$$B(x) = -x^2 + 7x - 10$$

en la que x representa los hectolitros de leche desnatada producidos en una semana.

- a) Representétese gráficamente la función $B(x)$ con $x \geq 0$.
- b) Calcúlense los hectolitros de leche desnatada que debe producir cada semana la central lechera para maximizar su beneficio. Calcúlese dicho beneficio máximo.
- c) Calcúlense las cantidades mínima y máxima de hectolitros de leche desnatada que debe producir la central lechera cada semana para no incurrir en pérdidas (es decir, beneficio negativo).

Solución:

- a) para ello calculamos:

- Puntos de corte:

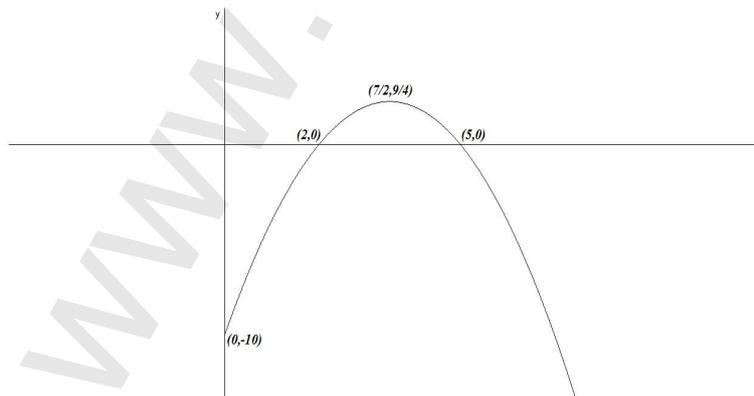
Con el eje de abscisas hacemos $x = 0 \implies B(0) = -10 \implies (0, -10)$

Con el eje de ordenadas hacemos $B(x) = 0 \implies x = 2$ y $x = 5 \implies (2, 0)$ y $(5, 0)$

- Máximos y mínimos:

$$B'(x) = -2x + 7 = 0 \implies x = \frac{7}{2} \implies \left(\frac{7}{2}, \frac{9}{4}\right)$$

$$B''(x) = -2 \implies B''\left(\frac{7}{2}\right) = -2 < 0 \implies \text{Máximo}$$



- b) El beneficio máximo es $B(7/2) = 9/4 \implies 2250$ euros con una producción de $7/2$ hectolitros.
- c) La producción debe de estar comprendida entre 2 y 5 hectolitros semanales.

Problema 3 (2 puntos) La probabilidad de que un habitante de cierto pueblo de la Comunidad de Madrid le guste la música moderna es igual a 0,55; la probabilidad de que le guste la música clásica es igual a 0,40 y la probabilidad de que no le guste ninguna de las dos es igual a 0,25. Se elige al azar un habitante de dicho pueblo. Calcúlese la probabilidad de que le guste:

- a) al menos uno de los dos tipos de música.
- b) la música clásica y también la moderna.
- c) sólo la música clásica.
- d) sólo la música moderna.

Solución:

Llamamos M al suceso le gusta la música moderna y C al suceso le gusta la música clásica. Los datos del problema: $P(M) = 0,55$, $P(C) = 0,4$ y $P(\overline{M \cup C}) = 0,25$

- a) $P(M \cup C) = 1 - P(\overline{M \cup C}) = 1 - 0,25 = 0,75$
- b) $P(M \cap C) = P(M) + P(C) - P(M \cup C) = 0,55 + 0,40 - 0,75 = 0,20$
- c) $P(C \cap \overline{M}) = P(C) - P(M \cap C) = 0,40 - 0,20 = 0,20$
- d) $P(M \cap \overline{C}) = P(M) - P(M \cap C) = 0,55 - 0,20 = 0,35$

Problema 4 (2 puntos) Se supone que la estancia (en días) de un cierto hospital se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 9 días. De una muestra aleatoria simple formada por 20 pacientes, se ha obtenido una media muestral igual a 8 días.

- a) Determínese un intervalo de confianza del 95 % para la estancia media de un paciente en dicho hospital.
- b) ¿Cuál debe ser el tamaño muestral mínimo que ha de observarse para que dicho intervalo de confianza tenga una longitud total inferior o igual a 4 días?

Solución:

- a)

$$N(\mu, 9) \quad n = 20, \quad \bar{x} = 8, \quad z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$IC = \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = (4,0556, 11,9444)$$

b) $E = 2$

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \implies n = 77,79$$

El tamaño mínimo de la muestra tiene que ser $n = 78$.

www.muscat.net