Examen de Matemáticas II (Marzo 2008)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dado el sistema de ecuaciones:

$$\left\{\begin{array}{rrrr} x+ & y+ & mz = & m+2 \\ 2x+ & (m+1)y+ & (m+1)z = & -m \\ (m+2)x+ & 3y+ & (2m+1)z = & 3m+4 \end{array}\right.$$

1. (2 punto) Discutirlo según los valores del parámetro real m.
2. (1 punto) Resolverlo cuando tenga infinitas soluciones.

Problema 2 *(2 puntos)* Tres nadadores de diferentes edades se encuentran en la piscina y el entrenador les comenta que hace cinco años el mayor de ellos tenía el doble de la edad de los otros dos juntos y que dentro de cinco años tendrá la suma de sus edades. El mediano le dice al pequeño que le saca dos años. Calcular las edades de los tres.

Problema 3 *(2 puntos)* Calcular:

1. (1 punto). $\lim_{n\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{2+n}{1+n}\right)^{1-5n}$
2. (1 punto). $\lim_{n\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{n^4+2n^3-3}-\sqrt{n^4-n}}{n+5}$

Problema 4 *(3 puntos)* Sean los puntos $A(1,0,2)$ y $B(1,1,-4)$.

1. (1 punto) Determinar las coordenadas de los puntos P y Q que divide al segmento AB en tres partes iguales.
2. (1 punto) Si P es el punto del apartado anterior más próximo al punto A, determinar la ecuación del plano π que contiene a P y es perpendicular a la recta AB.
3. (1 punto) Determinar la posición relativa del plano π y la recta

$$r: \frac{x-3}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{1}$$

Examen de Matemáticas II (Marzo 2008)
Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Las trayectorias de dos aviones vienen dadas por las rectas:

$$r_1 : \left\{ \begin{array}{l} x = 1 + \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 1 + 2\lambda \end{array} \right. \qquad r_2 : \left\{ \begin{array}{l} x = 1 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = 2 \end{array} \right.$$

1. Estudie si las trayectorias se cortan, se cruzan o son coincidentes.

2. Calcule la distancia mínima entre ambas trayectorias.

3. Si un observador se encuentra en el punto de coordenadas $O(0, 0, 0)$, ¿qué trayectoria sigue su mirada en el momento en el que ve coincidir a los dos aviones?.

Problema 2 *(2 puntos)* Dados los puntos $A(1, 3, -2)$, $B(2, 2k + 1, k)$ y $C(k + 1, 4, 3)$, se pide:

1. (1 punto). Determinar para qué valor de k el triángulo BAC es rectángulo, con el ángulo recto en el vértice A.

2. (1 punto). Para el valor $k = 0$ hallar el área del triángulo ABC.

Problema 3 *(2 puntos)* Sean las matrices:

$$A = \left(\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{array} \right), \quad B = \left(\begin{array}{cc} 7 & -3 \\ 8 & -3 \end{array} \right)$$

1. (1 punto). Hallar una matriz X tal que $AXA^{-1} = B$.

2. (1 punto). Calcular A^{10}.

3. (1 punto). Hallar todas las matrices M que satisfacen

$$(A - M)(A + M) = A^2 - M^2$$

Problema 4 *(3 puntos)*Se considera el sistema de ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{rrrr} & y+ & z = & 2 \\ -2x+ & y+ & z = & -1 \\ (2-2m)x+ & & (2m-2)z = & m-1 \end{array} \right.$$

1. Discutirlo para los distintos valores de m.

2. Resuelve los casos compatibles.

3. En cada uno de los casos del primer apartado, dé una interpretación geométrica del sistema.