

**Examen de Matemáticas II (Septiembre 2008)**  
**Selectividad-Opción A**

**Tiempo: 90 minutos**

---

---

**Problema 1** (3 puntos) Dada la función;

$$f(x) = e^{-x}(x^2 + 1)$$

se pide:

1. (2 puntos). Dibujar la gráfica de  $f$ , estudiando el crecimiento, decrecimiento, puntos de inflexión y asíntotas.
2. (1 punto). Calcular:

$$\int_0^1 f(x) dx$$

**Problema 2** (3 puntos) Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a+1 & 1 \\ 2a & 0 & 1 \\ 2 & 0 & a+1 \end{pmatrix}$$

se pide:

1. (1,5 puntos). Determinar el rango de  $A$  según los valores del parámetro  $a$ .
2. (1,5 puntos). Decir cuándo la matriz  $A$  es invertible. Calcular la inversa para  $a = 1$ .

**Problema 3** (2 puntos) Dados los puntos  $P(1, 1, 3)$  y  $Q(0, 1, 0)$ , se pide:

1. (1 punto). Hallar todos los puntos  $R$  tales que la distancia entre  $P$  y  $R$  sea igual a la distancia entre  $Q$  y  $R$ . Describir dicho conjunto de puntos.
2. (1 punto). Hallar todos los puntos  $S$  contenidos en la recta que pasa por  $P$  y  $Q$  que verifican  $\text{dist}(P, S) = 2\text{dist}(Q, S)$ , donde "dist" significa distancia.

**Problema 4** (2 puntos) Dadas las rectas:

$$r : \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{3}, \quad s : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{4}$$

hallar la ecuación de la recta  $t$  perpendicular común a ambas.

**Examen de Matemáticas II (Septiembre 2008)**  
**Selectividad-Opción B**

**Tiempo: 90 minutos**

---

---

**Problema 1** (3 puntos).

1. (1,5 puntos). Calcular:

$$\int x^3 \ln(x) dx$$

donde  $\ln(x)$  es el logaritmo neperiano de  $x$ .

2. (1,5 puntos). Utilizar el cambio de variable

$$x = e^t - e^{-t}$$

para calcular:

$$\int \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} dx$$

Indicación : Para deshacer el cambio de variable utilizar:

$$t = \ln\left(\frac{x + \sqrt{x^2 + 4}}{2}\right)$$

**Problema 2** (3 puntos) Dados el plano:

$$\pi_1 : x + y + z = 1$$

y la recta:

$$r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-4}$$

se pide:

- (1 punto). Hallar el punto  $P$  determinado por la intersección de  $r$  con  $\pi_1$ .
- (2 puntos). Hallar el plano  $\pi_2$  paralelo a  $\pi_1$  y tal que el segmento de la recta  $r$  comprendido entre los planos  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  tenga longitud  $\sqrt{29}$  unidades.

**Problema 3** (2 puntos) Resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x - 2y + z - 3v = -4 \\ x + 2y + z + 3v = 4 \\ 2x - 4y + 2z - 6v = -8 \\ 2x + 2z = 0 \end{cases}$$

**Problema 4** (2 puntos) El cajero automático de una determinada entidad bancaria sólo admite billetes de 50, de 20 y de 10 euros. Los viernes depositan en el cajero 225 billetes por un importe total de 7000 euros. Averiguar el número de billetes de cada valor depositado, sabiendo que la suma del número de billetes de 50 y de 10 euros es el doble que el número de billetes de 20 euros.