Examen de Matemáticas Aplicadas a las CC. Sociales II (Junio 2006) Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

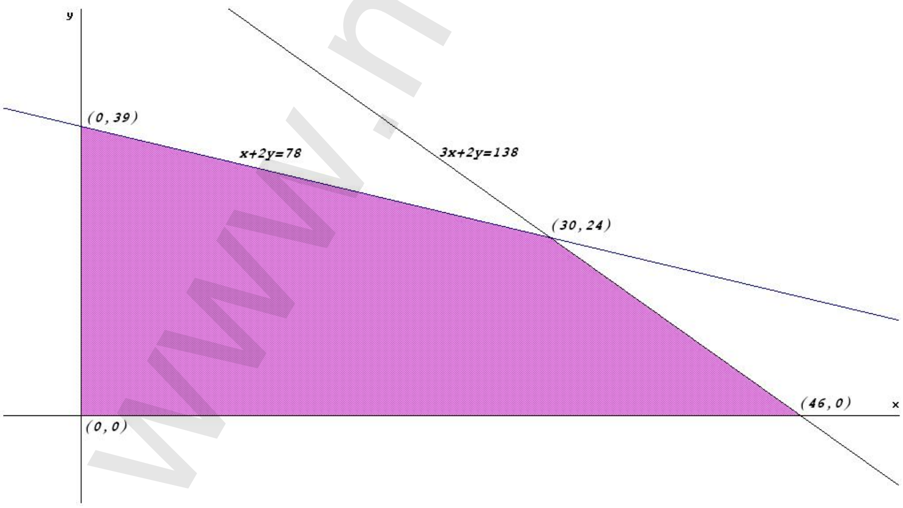
Problema 1 *(3 puntos)* Una papelería quiere liquidar hasta 78 kg de papel reciclado y hasta 138 kg de papel normal. Para ello hace dos tipos de lotes, A y B. Los lotes A están formados por 1 kg de papel reciclado y 3 kg de papel normal, y los lotes B por 2 kg de papel de cada clase. El precio de venta de cada lote A es de 0,9 euros y el de cada lote B es de 1 euro. ¿Cuántos lotes A y B debe vender para maximizar sus ingresos? ¿A cuánto ascienden estos ingresos máximos?. (Madrid Junio-2006)

Solución:

	Reciclado	Normal	Precio
A	1	3	$0,9$
B	2	2	1
	78	138	

Hay que calcular Máx $z(x,y) = 0,9x + y$ sujeto a las restricciones:

$$\left\{\begin{array}{c} x + 2y \le 78 \\ 3x + 2y \le 138 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{array}\right.$$



$$\left\{\begin{array}{l} z(0,39) = 39 \\ z(46,0) = 41,4 \\ z(30,24) = 51 \end{array}\right.$$

Para obtener el máximo beenficio debe de vender 30 lotes de A y 24 del B con un beneficio de 51 euros.

Problema 2 *(3 puntos)* Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = x^3 - 9x$$

Se pide:

a) Calcular sus máximos y mínimos relativos, si existen.

b) Calcular el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX.

Solución:

a)

$$f'(x) = 3x^2 - 9 = 0 \Longrightarrow x = -\sqrt{3}, \ \ x = \sqrt{3}$$

	$(-\infty, -\sqrt{3})$	$(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$	$(\sqrt{3}, \infty)$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	crece	decrece	crece

En el punto $(-\sqrt{3}, 6\sqrt{3})$ hay un Máximo.

En el punto $(\sqrt{3}, -6\sqrt{3})$ hay un Mínimo.

b)

$$x^3 - 9x = 0 \Longrightarrow x = 0, \ x = 3, \ x = -3$$

$$\int_{-3}^{0} (x^3 - 9x)\, dx = \left.\frac{x^4}{4} - \frac{9x^2}{2}\right]_{-3}^{0} = \frac{81}{4}$$

$$\int_{0}^{3} (x^3 - 9x)\, dx = \left.\frac{x^4}{4} - \frac{9x^2}{2}\right]_{0}^{3} = -\frac{81}{4}$$

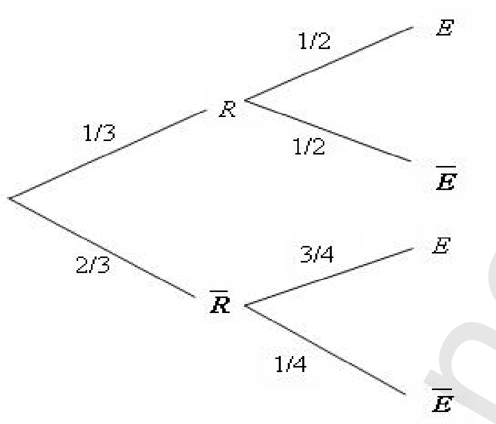
$$\acute{A}rea = \frac{81}{4} + \frac{81}{4} = \frac{81}{2}\ u^2$$

Problema 3 *(2 puntos)* Una persona cuida de su jardín pero es bastante distraída y se olvida de regarlo a veces. La probabilidad de que se olvide de regar el jardín es 2/3. El jardín no está en muy buenas condiciones, así que si se le riega tiene la misma probabilidad de progresar que de estropearse, pero la probabilidad de que progrese si no se le riega es de 0,25.

Si el jardín se ha estropeado, ¿cuál es la probabilidad de que la persona olvidara regarlo?

Solución:

$$P(\overline{R}|E) = \frac{P(E|\overline{R}) \cdot P(\overline{R})}{P(E)} = \frac{3/4 \cdot 2/3}{1/3 \cdot 1/2 + 3/4 \cdot 2/3} = \frac{3}{4}$$



Problema 4 *(2 puntos)* En cierta población humana, la media muestral $\overline{X}$ de una característica se distribuye mediante una distribución normal. La probabilidad de que $\overline{X}$ sea menor o igual a 75 es 0,58 y la de que $\overline{X}$ sea mayor que 80 es 0,04. Hallar la media y la desviación típica de $\overline{X}$. (Tamaño muestral $n = 100$).

Solución:

$$P\left(\overline{X} \le 75\right) = 0.58, \;\; P\left(\overline{X} > 80\right) = 0.04 \Longrightarrow P\left(\overline{X} \le 80\right) = 0.96$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P\left(Z \le \frac{75-\mu}{\sigma/\sqrt{100}}\right) = 0.58 \Longrightarrow \frac{75-\mu}{\sigma/\sqrt{100}} = 0.2 \\ \\ P\left(Z \le \frac{80-\mu}{\sigma/\sqrt{100}}\right) = 0.96 \Longrightarrow \frac{80-\mu}{\sigma/\sqrt{100}} = 1.75 \end{array} \right. \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mu = 74.355 \\ \sigma = 32.258 \end{array} \right.$$